1

**PM-1 3½"x4" PHOTOGRAPHIC MICROCOPY TARGET
NBS 1010a ANSI/ISO #2 EQUIVALENT**

PRECISIONSM RESOLUTION TARGETS

PIONEERS IN METHYLENE BLUE TESTING SINCE 1974

15000 COUNTRY ROAD S. BURNINGWELL, WY 82401 USA
TEL. 817-435-7067 FAX. 817-435-7067 TEL. 5100000000

National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Canadian Theses Service

Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

NOTICE

The quality of this microform is heavily dependent upon the quality of the original thesis submitted for microfilming. Every effort has been made to ensure the highest quality of reproduction possible.

If pages are missing, contact the university which granted the degree.

Some pages may have indistinct print especially if the original pages were typed with a poor typewriter ribbon or if the university sent us an inferior photocopy.

Reproduction in full or in part of this microform is governed by the Canadian Copyright Act, R.S.C. 1970, c. C-30, and subsequent amendments.

AVIS

La qualité de cette microforme dépend grandement de la qualité de la thèse soumise au microfilmage. Nous avons tout fait pour assurer une qualité supérieure de reproduction.

S'il manque des pages, veuillez communiquer avec l'université qui a conféré le grade.

La qualité d'impression de certaines pages peut laisser à désirer, surtout si les pages originales ont été dactylographiées à l'aide d'un ruban usé ou si l'université nous a fait parvenir une photocopie de qualité inférieure.

La reproduction, même partielle, de cette microforme est soumise à la Loi canadienne sur le droit d'auteur, SRC 1970, c. C-30, et ses amendements subséquents.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU COMPORTEMENT ACOUSTIQUE
DES MATÉRIAUX POREUX À STRUCTURE RIGIDE

Thèse soumise à la "Faculty of Graduate Studies and Research"
comme exigence partielle en vue de l'obtention du doctorat en génie mécanique
(Doctor of Philosophy)

Carleton University
Ottawa, Ontario.
15 août 1991

© copyright
Yvan Champoux, 1991

National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Canadian Theses Service Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-75954-2

Canada

Carleton University
Ottawa, Canada K1S 5B6

Thesis contains black & white
photographs &/or explanatory tables
which when microfilmed may lose their
significance. The hardcopy of the
thesis is available upon request from
Carleton University Library.

The undersigned hereby recommend to
the Faculty of Graduate Studies and Research
acceptance of the thesis,

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU COMPORTEMENT ACOUSTIQUE
DES MATÉRIAUX POREUX À STRUCTURE RIGIDE

submitted by
Yvan Champoux, B. A. Sc., M. A. Sc.

in partial fulfilment of the requirements
for the degree of Doctor of Philosophy

R.J. Kind Chairman, Department of Mechanical and
Aerospace Engineering

W.G. Richarz Thesis Supervisor

G.A. Daigle External Examiner

Carleton University
November 19, 1991

ABSTRACT OF THE DISSERTATION

EXPERIMENTAL STUDY OF THE ACOUSTIC BEHAVIOUR OF RIGID FRAME POROUS MATERIALS

by

Yvan Champoux

Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering

Carleton University, Ottawa, 1991

Sound propagation in rigid frame porous materials filled with air has been investigated theoretically by comparing various new "exact" models, and experimentally by the acquisition of new more accurate data. Several apparatus have been developed. These apparatus can measure the flow resistivity, the porosity, the tortuosity, the surface impedance, the characteristic impedance and the propagation constant of porous samples. From these measurements, the dynamic density and bulk modulus were then derived. Uniform pore model materials having different cross sections (square, triangle) were constructed and tested. Theoretical models were derived for these materials. A complete set of experimental results was also obtained for two granular ceramic porous samples.

The new theoretical models and the experimental results were used to study the Attenborough and the Biot-Allard rigid frame models. It was shown that the Attenborough model uses a shape factor that has to be frequency dependent. It was

demonstrated that, contrary to what has been supposed previously, the Biot theory gives very good predictions for rigid frame material at low frequencies.

Using a special model material having cylindrical pores whose cross sections vary with length, and a theoretical model developed specifically for this sample, it was shown experimentally for the first time that two distinct and numerically very different shape factors may be needed to adequately take into account both the viscous and the thermal effects. The Biot-Allard model, while using a single shape factor, succeed nevertheless in matching well the experimental data obtained from the ceramic materials because this shape factors affects differently the dynamic density and the bulk modulus.

A new model for materials having uniform pores of arbitrary cross section has been introduced. Very good agreement was obtained between the predictions of this model and the exact models, as well as with the experimental data. A new model for porous materials of complex internal structure has also been derived. This model is based on the concept of frequency-dependent tortuosity and uses two characteristic lengths. Agreement between theory and experiment is very good.

REMERCIEMENTS

Il est d'usage lors de la rédaction d'une thèse, de remercier les gens qui ont collaboré ou rendu possible la réalisation d'un tel projet. Ce geste pourrait alors perdre de sa valeur car d'aucuns prétendraient qu'il est dicté par les coutumes. Dans ce cas-ci cependant, en bout de course et même s'il m'est difficile de m'installer de nouveau devant mon Macintosh, je trouve important de profiter de l'occasion pour rendre hommage à un certain nombre de personnes envers qui je suis redevable et qui parfois sans le savoir, m'ont permis d'atteindre mon objectif.

À mon épouse Lise qui m'a accompagné et épaulé tout au long de ce périple, je dis je t'aime et merci. Tu as su me reconforter lorsque je doutais, me calmer lorsque je paniquais, me comprendre, me libérer et me déculpabiliser en meublant mes absences. Je remercie également mes enfants Annick et Benoit pour leur compréhension. J'espère que vous garderez un bon souvenir de ces quelques années "un peu spéciales".

La liste des gens que j'aimerais remercier est fort longue car, avec un peu de recul, je me rends compte que je suis redevable à plusieurs personnes.

Je tiens plus particulièrement à remercier et à souligner la participation de Messieurs:

- Werner Richardz, mon directeur de thèse
- Mike Stinson dont la rigueur et les talents de chercheur m'ont maintes fois impressionné et avec qui j'ai aimé échanger et beaucoup appris
- Gilles Daigle, qui m'a judicieusement conseillé lorsqu'il le fallait
- Jean François Allard, avec qui la collaboration est toujours des plus fructueuses
- Jean Nicolas, qui a eu la patience et le courage de diriger et d'animer seul le groupe en mon absence

Je remercie également le Conseil National de Recherche du Canada de m'avoir accueilli. Le support technique que j'ai obtenu du CNRC a été de première classe. Je tiens particulièrement à remercier John Quaroni, pour son aide et son amitié; René St-Denis, pour ses judicieux conseils; Roger Côté, pour avoir si promptement répondu à mes demandes, à mes "rush³"; Georg Reisner et Ross Lemoine, artistes de l'usinage, pour avoir fabriqué les appareils et les matériaux avec tout le soin et la précision nécessaires pour que je puisse atteindre mes objectifs; Jennifer Bardwell, pour ses précieux conseils en électrochimie.

Enfin, je voudrais remercier mes parents et amis qui m'ont encouragé et supporté moralement tout au long de ce projet. Je voudrais également souligner la participation de mon institution, l'Université de Sherbrooke, qui m'a supporté financièrement lors de ce congé de perfectionnement.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
Abstract.....	iii
Remerciements.....	v
Liste des tableaux et des figures.....	x
 CHAPITRE PREMIER	
1.0 Introduction.....	1
 CHAPITRE II	
2.0 Modèles pour matériaux à structure rigide.....	5
2.1 Théorie de base.....	6
2.2 Modèles pour matériaux à pores cylindriques.....	11
2.2.1 Pores circulaires.....	12
a) Densité dynamique $\rho(\omega)$	12
b) Module de compression dynamique $K(\omega)$	14
2.2.2 Pores à section rectangulaire.....	16
2.2.3 Pores à section triangulaire.....	18
2.2.4 Pores cylindriques à section variable.....	20
a) Le Modèle.....	20
b) Application aux pores à section circulaire.....	23
2.2.5 Limites hautes et basses fréquences pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$	25
2.2.6 Modèle généralisé de Biot pour matériau à pores cylindriques.....	28
2.3 Modèles semi-phénoménologiques.....	28
2.3.1 Modèle de Biot-Allard.....	30
2.3.2 Modèle d'Attenborough.....	34
2.4 Nouveaux modèles.....	35
2.4.1 Modèles à deux paramètres.....	35
2.4.2 Modèles à deux longueurs caractéristiques.....	37
a) Λ et les effets de viscosité.....	37
b) Λ' et les effets thermiques.....	38

CHAPITRE III

3.0 Développement des appareils de mesure.....	43
3.1 Généralités.....	43
3.2 Mesure des quantités non acoustiques.....	45
3.2.1 La résistance au passage de l'air.....	45
a) Le principe.....	47
b) Le système.....	47
3.2.2 La porosité.....	48
a) Le principe.....	51
b) Le système.....	52
3.2.3 La tortuosité.....	58
a) Le principe.....	60
b) Le système.....	62
3.3 Mesures acoustiques.....	69
3.3.1 Introduction.....	69
3.3.2 Impédance de surface.....	70
a) Par exploration de l'onde stationnaire (technique classique)....	70
b) La méthode TMTC.....	78
3.3.3 Impédance caractéristique et constante de propagation.....	81
a) Méthode à deux cavités.....	82
b) Méthode utilisant une fonction de transfert mesurée de part et d'autre du matériau.....	84

CHAPITRE IV

4.0 Description des matériaux utilisés pour l'investigation expérimentale.....	88
4.1 Matériaux usinés maison.....	88
4.1.1 Pores carrés et triangulaires.....	88
4.1.2 Pores cylindriques circulaires à section variable.....	91
4.2 Matériaux réels.....	92

CHAPITRE V

5.0 Confrontation des modèles théoriques aux résultats expérimentaux.....	94
5.1 Modèles pour matériaux composés de pores cylindriques.....	96

5.1.1	Pores cylindriques à sections carrée et triangulaire.....	96
5.1.2	Modèle généralisé de Biot pour matériaux à pores cylindriques...	101
5.1.3	Pores cylindriques circulaires à section variable.....	105
5.2	Modèles semi-phénoménologiques.....	105
5.2.1	Modèle d'Attenborough.....	105
a)	Comparaison avec les modèles à pores cylindriques.....	105
b)	Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe.....	111
5.2.2	Modèle de Biot-Allard.....	117
a)	Comparaison avec les modèles à pores cylindriques.....	117
b)	Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe.....	118
c)	Comparaison avec le modèle à pores cylindriques à section variable.....	125
5.3	Nouveaux modèles.....	128
5.3.1	Modèle à deux paramètres.....	128
5.3.2	Modèle à deux longueurs caractéristiques.....	130
a)	Comparaison avec les modèles à pores cylindriques.....	131
b)	Comparaison avec le modèle à pores cylindriques à section variable.....	132
c)	Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe.....	137
CONCLUSION		142
ANNEXE		146
RÉFÉRENCES		150

LISTE DES TABLEAUX ET DES FIGURES

TABLEAU	Pages
3.1 Espacements microphoniques et longueurs de cavités pour la méthode TMTC.....	80
4.1 Caractéristiques physiques des échantillons des matériaux poreux.....	91

FIGURE

2.1 Impédance mesurée à la surface et de part et d'autre d'un matériau poreux absorbant.....	8
2.2 Pore cylindrique circulaire.....	13
2.3 Matériau poreux ayant des pores cylindriques circulaires inclinés d'un angle θ par rapport à la normale de la surface.....	13
2.4 Pore cylindrique ayant une section de forme quelconque.....	14
2.5 Pore cylindrique de section carrée.....	16
2.6 Pore cylindrique de section triangulaire.....	18
2.7 Modèle d'un matériau poreux ayant des pores dont la dimension et la forme de la section varient.....	20
2.8 Description d'un pore circulaire à section variable.....	24
2.9 Coordonnées localisées à la surface d'un pore.....	27
3.1 Description de la technique d'insertion d'un échantillon dans un porte échantillon.....	46
3.2 Éléments de base pour la mesure de la résistance au passage de l'air.....	47
3.3 Schéma du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air.....	48
3.4 Photographie du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air....	49
3.5 Plage utile du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air.....	50
3.6 Schéma de base pour la mesure de la porosité.....	51
3.7 Système pour la mesure de la porosité.....	53
3.8 Photographie du système de mesure de la porosité.....	54
3.9 Variation de la pression en fonction du temps lors d'une mesure de porosité....	55
3.10 Évaluation du volume effectif pour l'étalonnage de l'appareil de mesure de la porosité.....	57

3.11	Plage utile pour la mesure de la porosité exprimée en fonction du volume total de l'échantillon et de la porosité.....	57
3.12	Ligne de courant traversant un matériau poreux.....	58
3.13	Éléments de base de la technique de mesure de la tortuosité.....	61
3.14	Schéma de la cellule électrolytique pour la mesure de la tortuosité.....	63
3.15	Photographie représentant l'appareil de mesure de la tortuosité.....	64
3.16	Schéma du système de mesure de la tortuosité.....	65
3.17	Variation de la tortuosité en fonction de la conductivité de l'électrolyte.....	68
3.18	Variation de la tortuosité en fonction de la fréquence du voltage fournie aux bornes des électrodes de courant.....	68
3.19	Éléments de base du tube de Kundt.....	70
3.20	Schéma du système de mesure en tube de Kundt permettant l'évaluation de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.....	72
3.21	Photographie du tube de Kundt utilisé pour la mesure de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.....	73
3.22	Patron d'onde stationnaire type enregistré dans le tube de Kundt à une fréquence de 100 Hz.....	76
3.23	Comparaison entre les valeurs prédites par l'Éq. (3.3.1) et les valeurs expérimentales pour les deux minima d'une onde stationnaire.....	77
3.24	Éléments de base et positions des microphones pour la mesure de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.....	84
3.25	Comparaison entre la technique à deux cavités et la technique utilisant une fonction de transfert mesurées de part et d'autre de l'échantillon.....	87
4.1	Illustration de la méthode de fabrication des échantillons à pores droits. (a) section triangulaire; (b) section rectangulaire.....	89
5.1	Pour un matériau composé de pores cylindriques de section carrée, comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	97
5.2	Pour un matériau composé de pores cylindriques de section carrée, comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	98
5.3	Pour un matériau composé de pores cylindriques de section triangulaire, comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	99
5.4	Pour un matériau composé de pores cylindriques de section triangulaire, comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	100

5.5	Comparaison entre le modèle généralisé de Biot et les modèles théoriques pour des matériaux composés de pores cylindriques de section carrée, triangulaire.....	102
5.6	Comparaison entre le modèle généralisé de Biot et les modèles théoriques pour des matériaux composés de pores cylindriques de section carrée, triangulaire.....	103
5.7	Pour un matériau composé de pores cylindriques à section circulaire de dimension variable comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	106
5.8	Pour un matériau composé de pores cylindriques à section circulaire de dimension variable comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique.....	107
5.9	Comparaison du modèle d'Attenborough au modèle théorique pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente.....	109
5.10	Comparaison du modèle d'Attenborough au modèle théorique pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente.....	110
5.11	Comparaison du modèle d'Attenborough aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®.....	112
5.12	Comparaison du modèle d'Attenborough aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®.....	113
5.13	Comparaison du modèle d'Attenborough aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®.....	114
5.14	Comparaison du modèle d'Attenborough aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®.....	115
5.15	Comparaison du modèle de Biot-Allard au modèle théorique pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente.....	119
5.16	Comparaison du modèle de Biot-Allard au modèle théorique pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente.....	120
5.17	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®.....	121
5.18	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®.....	122
5.19	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®.....	123

5.20	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®	124
5.21	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux et au modèle théorique pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable.....	126
5.22	Comparaison du modèle de Biot-Allard aux résultats expérimentaux et au modèle théorique pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable.....	127
5.23	Comparaison entre le modèle à deux longueurs caractéristiques et les modèles théoriques pour des matériaux composés de pores cylindriques.....	133
5.24	Comparaison entre le modèle à deux longueurs caractéristiques et les modèles théoriques pour des matériaux composés de pores cylindriques.....	134
5.25	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux et au modèle théorique pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires de section variable.....	135
5.26	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux et au modèle théorique pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires de section variable.....	136
5.27	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®	138
5.28	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux pour le matériau Filtros ®	139
5.29	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®	140
5.30	Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques aux résultats expérimentaux pour le matériau Coors ®	141

CHAPITRE I

1.0 INTRODUCTION

L'étude du comportement des ondes élastiques se propageant dans les matériaux poreux est un sujet qui touche plusieurs domaines et qui trouve application dans des secteurs très variés. Que ce soit pour l'analyse des sédiments marins, pour l'exploration pétrolière, pour la propagation du son à l'extérieur, pour la conception des salles de concert ou pour le contrôle du bruit dans les industries ou dans les enceintes acoustiques, l'utilisation de modèles théoriques décrivant correctement le comportement des ondes acoustiques dans les matériaux poreux, s'avère souvent d'une très grande utilité.

Ces dernières années et plus particulièrement pour la gamme de fréquence audible, plusieurs nouveaux modèles ont été proposés. La plupart de ces modèles considèrent que le matériau peut être représenté comme un fluide équivalent. On peut par ailleurs, les classer en deux catégories. Notons que cette classification est parfois de nature arbitraire. Dans la première, on retrouve les modèles dits "phénoménologiques". Ces modèles utilisent des paramètres qui dépendent de la fréquence et dont les valeurs ne peuvent être obtenues que par des mesures acoustiques. On peut citer en exemple les modèles proposés par Morse et Ingard [Morse68] ou Zwicker et Kosten [Zwikk49]. Dans la deuxième catégorie, on retrouve les modèles appelés microstructuraux. Ces derniers prennent en

considération une structure de pores bien spécifique soit en décrivant la forme des pores ou en identifiant la géométrie des éléments structuraux (grains, fibres, etc). On retrouve, par exemple, dans cette catégorie, les modèles proposés par Morse [Morse52], Korringa *et al.* [Korin45] ou Attenborough *et al.* [Atten71], [Atten82]. Cette dernière catégorie de modèle connaît une popularité de plus en plus grande car la connaissance de certains paramètres physiques intrinsèques au matériau, telles la porosité ou la résistance au passage de l'air, est suffisante pour obtenir un estimé du comportement acoustique du matériau et ce, sans avoir à procéder à des mesures acoustiques.

En scrutant la littérature scientifique, il nous est apparu évident que, parallèlement à ces nombreux développements théoriques, le développement des aspects expérimentaux ne s'est pas effectué au même rythme. Il est en effet fort surprenant de constater que jusqu'à ce jour, les modèles étaient fréquemment comparés les uns avec les autres mais que très peu de confrontation entre la théorie et l'expérience était menée. Quelques rares tentatives ont été faites en utilisant des données expérimentales incomplètes datant parfois des années 50 (ex.: [Atten87]).

Un des modèles semi-phénoménologique les plus utilisés pour la propagation du son à l'extérieur et pour la caractérisation des matériaux poreux à structure rigide est celui proposé par Attenborough [Atten83]. Dans un article paru récemment [Atten87], le même auteur mettait en doute la validité de la fonction de viscosité proposée par Biot [Biot56]. Cette assertion a toutefois été justifiée à partir de quelques rares données expérimentales disponibles, et la qualité de ces données laissait planer un doute sur sa validité. Ceci montre à quel point il était important de combler ce besoin car, à toute fin pratique, il n'existait pas de données expérimentales valables et complètes qui permettaient de véritablement confronter les modèles et ainsi, de valider leurs hypothèses de base et d'étudier leurs limites d'application.

Afin de pouvoir amener des éléments de réponse quant à la validité des différents modèles proposés dans la littérature, nous avons donc décidé de relever le défi expérimental et de mettre en place un système intégré pour la mesure des caractéristiques physiques et acoustiques des matériaux poreux à structure rigide. Ce défi était de taille car il fallait concevoir plusieurs appareils de haute précision pour mesurer des paramètres de nature bien différente. Nous avons ainsi développé des appareils permettant de mesurer la résistance au passage de l'air, la porosité, et la tortuosité. Au niveau acoustique, nous avons développé un appareil pour la mesure de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.

Ayant en main les outils nécessaires pour obtenir des données expérimentales de qualité, nous avons ensuite utilisé ces outils afin d'étudier le comportement des modèles semi-phénoménologiques. Différents matériaux ayant des pores à section constante ont été fabriqués. Ces matériaux nous ont permis de valider le système de mesure et de confronter les différents modèles. Nous avons également développé de nouveaux modèles notamment pour des matériaux composés de pores cylindriques. Nous avons ainsi pu montrer que le facteur de forme d'Attenborough devait être dépendant de la fréquence et que, contrairement à ce que prétendait ce même auteur, la densité complexe du modèle de Biot est valide en basse fréquence. Nous avons pour la première fois, de façon expérimentale, mis en évidence que de façon générale, deux facteurs de formes différentes devaient être utilisés afin de tenir compte correctement des effets thermiques et visqueux. À partir de l'approche de Johnson [Johns6], nous avons aussi développé un nouveau modèle qui utilise des paramètres associés à des dimensions "caractéristiques" des pores.

Ce document est structuré de la façon suivante:

Au chapitre II, les différents modèles utilisés dans cette étude sont présentés. Ces modèles sont divisés en deux classes soit les modèles pour matériaux à pores cylindriques et les modèles semi-phénoménologiques *i.e.* les modèles de Biot-Allard et d'Attenborough.

Nous présentons également deux nouveaux modèles. Le premier est une généralisation du modèle de Biot-Allard et le deuxième est basé sur l'approche de Johnson [Johns86].

Le chapitre III décrit en détail l'ensemble des appareils de mesure développés dans le cadre de cette étude. La plupart de ces appareils font appel à de nouvelles techniques que nous avons mises au point afin de maximiser l'exactitude des résultats. On y retrouve une description détaillée des appareils pour la mesure de la résistance au passage de l'air, de la porosité, de la tortuosité, de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.

Le chapitre IV fournit les caractéristiques des matériaux utilisés. Trois échantillons ont été fabriqués: un matériau à pores cylindriques à section rectangulaire, un à section triangulaire et un autre à section circulaire variable. Deux matériaux "réels" dont la géométrie interne est complexe, ont également été utilisés.

Le chapitre V reprend systématiquement l'ensemble des modèles afin de les confronter aux modèles théoriques "exacts" et aux résultats expérimentaux. Les limites "hautes et basses fréquences" de chaque modèle sont examinées ce qui nous permet d'amener un peu d'éclairage relativement à l'influence des facteurs de forme.

La conclusion reprend les éléments clefs de cet ouvrage et identifie quelques axes de développement futur.

CHAPITRE II

2.0 MODÈLES POUR MATÉRIAUX À STRUCTURE RIGIDE

Le présent chapitre est entièrement consacré à la description de différents modèles analytiques qui traduisent le comportement acoustique des matériaux poreux à structure rigide. Nous nous intéresserons dans cet ouvrage à la gamme de fréquence audible et considérerons que le fluide saturant est de l'air. Ceci n'exclut pas cependant que certains modèles puissent être utilisés pour des gammes de fréquence et pour un fluide saturant différent.

Tous ces modèles respectent un certain nombre d'hypothèses générales qui sont:

- Le fluide est en équilibre thermodynamique sauf pour les mouvements produits par la propagation même des ondes.
- Les ébranlements acoustiques ont des amplitudes suffisamment faibles pour que les effets non linéaires puissent être négligés (*i.e.* on ne tient pas compte des termes faisant intervenir les grandeurs acoustiques du deuxième ordre).
- La structure du milieu poreux *i.e.* le squelette, est considérée comme immobile soit à cause de sa grande rigidité ou de sa masse élevée. Une seule onde est donc présente et elle se propage dans le fluide saturant le milieu poreux.
- Un élément de volume du matériau poreux de grande dimension est considéré afin que

la solution puisse être exprimée en fonction de la réponse macroscopique du fluide.

- Pour les matériaux ayant des pores à géométrie simple, les pores sont tous identiques et ne sont pas interconnectés. Pour les matériaux possédant une structure poreuse complexe (céramique, porcelaine poreuse etc), les pores sont interconnectés entre eux et avec l'extérieur. On appellera ces matériaux des matériaux "réels".
- Les résultats acoustiques sont valides lorsque la longueur d'onde est beaucoup plus grande que la dimension des pores.
- Les effets thermiques et visqueux sont traités séparément.

En premier lieu, une théorie simple sera présentée pour le cas uni-dimensionnel ce qui permettra d'établir des équations de base et de définir des termes dit "universels", communs à tous les modèles. Les différents modèles seront par la suite présentés et décrits en fonction de ces termes universels. Deux types de modèles seront décrits: des modèles pour des matériaux ayant des pores à géométrie simple et des modèles dit "semi-phénoménologiques" pour des matériaux poreux à structure interne complexe.

2.1 Théorie de base [Zwikk49]

Considérons une onde plane se propageant selon l'axe x au travers d'un matériau homogène infiniment long. Pour une perturbation harmonique (dépendance temporelle $e^{i\omega t}$), la pression dans le fluide peut être représentée par

$$P(x,t) = P_o + A_p e^{i(\omega t - kx) - \alpha x} , \quad (2.1.1)$$

où $i = \sqrt{-1}$, ω est la pulsation angulaire égale à $2\pi f$ où f représente la fréquence, k est le nombre d'onde appelé également constante de phase égale à ω/c où c est la vitesse de propagation, P_o est la pression d'équilibre du fluide, A_p est l'amplitude de la perturbation et α est la constante d'atténuation. En posant la constante de propagation $m(\omega)$ égale à $\alpha + ik$, l'expression de l'amplitude de la pression acoustique $p(x)$ (quantité complexe) est

$$p(x) = A_p e^{-m(\omega)x} . \quad (2.1.2)$$

La constante $m(\omega)$ est, à part sa dépendance fréquentielle, complètement déterminée par la nature du milieu. Elle représente donc une valeur intrinsèque du milieu poreux. De la même façon, la vitesse volumique u appelée également débit volumique spécifique (débit par unité de surface du matériau) peut être exprimée par une formule similaire (omettant ici aussi la dépendance temporelle):

$$u(x) = A_u e^{-m(\omega)x} , \quad (2.1.3)$$

dans laquelle participe la même constante $m(\omega)$ puisque pour le cas d'une seule onde propagatrice, le rapport $p(x)/u(x)$ doit être indépendant de la position. Pour le cas où le milieu de propagation est l'air, u est donc identique à la vitesse d'ébranlement de l'air. Pour un matériau poreux saturé d'air ayant une structure rigide, u est inférieur à la vitesse moyenne macroscopique v de l'ébranlement à l'intérieur du matériau. Les deux vitesses sont reliées par la relation suivante:

$$u = \Omega v , \quad (2.1.4)$$

où la porosité Ω est définie comme le rapport entre le volume des pores interconnectés d'un échantillon, divisé par le volume occupé par l'échantillon.

Pour un milieu infini, le quotient

$$Z(\omega) = p(x)/u(x) , \quad (2.1.5)$$

est indépendant de la position et est appelé impédance acoustique spécifique ou impédance caractéristique du milieu. Les quantités $Z(\omega)$ et $m(\omega)$ représentent des caractéristiques propres au matériau et l'information fournie par ces deux quantités complexes est suffisante pour déterminer complètement le comportement acoustique du milieu (matériau à structure rigide n'ayant qu'une seule onde).

Considérons les propriétés acoustiques d'un matériau uniforme d'épaisseur ℓ tel qu'illustré à la Fig. 2.1. Connaissant l'impédance Z_1 à la surface arrière du matériau, l'impédance de surface Z_s (à l'avant du matériau) peut être calculée comme suit:

$$Z_s = Z(\omega) \frac{Z_1 \cosh m(\omega)\ell + Z(\omega) \sinh m(\omega)\ell}{Z_1 \sinh m(\omega)\ell + Z(\omega) \cosh m(\omega)\ell} , \quad (2.1.6)$$

Figure 2.1 Impédance à la surface et de part et d'autre d'un matériau poreux absorbant.

où le signe de la vitesse u_s de l'impédance de surface Z_s est défini en fonction d'un axe dirigé vers le matériau. Il est possible en principe [Byrne80], de calculer l'impédance de surface d'une combinaison de couches de matériaux en utilisant plusieurs fois l'Éq. (2.1.6). Dans le cas fréquemment rencontré où le matériau est placé contre une surface parfaitement réfléchissante, *i.e.* lorsque $Z_1 = \infty$, l'Éq. (2.1.6) se réduit à:

$$Z_s = Z(\omega) \coth m(\omega)l . \quad (2.1.7)$$

Le coefficient d'absorption pour une incidence normale a_n (le complément du coefficient de réflexion de l'énergie) se calcule comme suit:

$$a_n = 1 - \left| \frac{Z_s - \rho_0 c}{Z_s + \rho_0 c} \right|^2 . \quad (2.1.8)$$

Les quantités $Z(\omega)$ et $m(\omega)$ permettent donc de calculer les impédances de surface des matériaux placés dans différentes conditions et sont fréquemment considérées comme les caractéristiques de base d'un matériau. Cependant, pour le développement de modèles théoriques, d'autres quantités plus près des phénomènes physiques se produisant à

l'intérieur du matériau sont utilisées et peuvent également être considérées comme représentant les caractéristiques de base d'un matériau poreux.

Afin de simplifier l'analyse, considérons un gradient de pression unidimensionnel $-\partial p/\partial x$ appliqué au milieu poreux (excitation harmonique). L'équation de mouvement peut être écrite comme suit:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = i\omega\rho(\omega) v \quad (2.1.9)$$

où $\rho(\omega)$ représente pour un matériau poreux, une densité "effective" ou "apparente" que l'on appellera densité dynamique.. Nous verrons plus loin que cette densité dynamique tient compte des effets dus à la viscosité et qu'elle est une valeur complexe qui dépend de la fréquence.

L'équation de continuité où ρ_o est la densité du fluide au repos et $\delta\rho_f$ est l'acroissement de densité du fluide ρ_f peut être exprimé comme suit:

$$\rho_o \frac{\partial v}{\partial x} + i\omega \delta\rho_f = 0 \quad (2.1.10)$$

Rappelons que pour un milieu homogène constitué d'un seul élément (de l'air par exemple), la loi de Gibbs montre que l'on peut définir un état d'équilibre par deux variables seulement; toutes les autres étant fonction des deux premières choisies. Une relation de la forme suivante appelée équation d'état, peut être obtenue:

$$f(p, \rho_f, T) = 0 \quad (2.1.11)$$

où T est la température du milieu. Les dérivés partielles de l'équation d'état interviennent dans la définition des coefficients caractéristiques du fluide. Par exemple, le coefficient de compressibilité C , l'inverse du module de compression K , s'obtient par:

$$C = \frac{1}{K} = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_T \quad (2.1.12)$$

Pour un fluide ayant une forte conductivité thermique et considéré comme un gaz parfait (qui obéit donc à la loi de Mariotte)

$$p/\rho_f = \mathcal{R}T, \quad (2.1.13)$$

où $\mathcal{R}$ représente la constante universelle du gaz), le module de compression dit "isotherme" sera égale à la pression d'équilibre du fluide P_o . Pour un ébranlement suffisamment rapide pour qu'il n'y ait pas d'échange de chaleur aux éléments voisins du fluide, il serait plus approprié d'utiliser le module de compression "adiabatique" (évolution isentropique) égal à γP_o où γ est le rapport des chaleurs spécifiques du fluide C_p/C_v .

Pour un fluide saturant un matériau poreux, on définit un module de compression dynamique $K(\omega)$ et on exprime l'équation d'état comme suit:

$$\frac{\delta p_f}{\rho_o} = \frac{p}{K(\omega)} \quad (2.1.14)$$

La quantité $K(\omega)$ est un module de compression "effectif" qui permet de tenir compte de l'évolution, en fonction de la fréquence, des effets thermiques associés au mouvement du fluide dans le matériau. Par exemple, en basse fréquence, l'ébranlement sera lent et on pourra considérer que la température est uniforme et que le phénomène est donc isothermique. En haute fréquence, l'ébranlement est très rapide et aucun échange thermique entre le fluide et la structure n'a le temps de s'établir. Le phénomène tend donc à devenir adiabatique. On appellera coefficient de compressibilité dynamique $C(\omega)$ l'inverse du module de compression dynamique $K(\omega)$.

Les quantités $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ seront considérées comme les éléments de base des modèles. Comme on pourra le constater, ces quantités, au même titre que $Z(\omega)$ et $m(\omega)$, décrivent complètement le comportement acoustique d'un matériau poreux.

En combinant les Éqs. (2.1.10) et (2.1.14) et en effectuant les dérivées appropriées, on obtient l'équation de propagation des ondes suivante exprimée dans ce cas pour la pression:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\rho(\omega)}{K(\omega)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.1.15)$$

En considérant la solution pour la pression fournie par l'Éq. (2.1.2), la constante de propagation $m(\omega)$ peut être exprimée en fonction de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$:

$$m(\omega) = i\omega[\rho(\omega)/K(\omega)]^{1/2} . \quad (2.1.16)$$

En considérant une solution pour v similaire à celle fournie par l'Éq. (2.1.3), on trouve avec l'Éq. (2.1.14):

$$m(\omega) v = \frac{i\omega}{K(\omega)} p . \quad (2.1.17)$$

Sachant que $u = \Omega v$, on en déduit que:

$$Z(\omega) = \frac{1}{\Omega} [\rho(\omega) K(\omega)]^{1/2} . \quad (2.1.18)$$

La constante de propagation et l'impédance caractéristique, sont donc toutes deux exprimées en fonction de la densité dynamique $\rho(\omega)$ et du module de compression dynamique $K(\omega)$.

2.2 Modèles pour matériaux à pores cylindriques

Dans cette section, nous développerons des modèles qui permettent de décrire le comportement d'une onde acoustique se propageant dans un matériau ayant des pores à géométrie simples. Notons qu'une solution exacte peut être plus facilement calculée lorsque les pores du matériau ont la forme d'un tube cylindrique infiniment long à section constante (pas nécessairement circulaire). Les modèles "exacts" ainsi obtenus seront utilisés dans cet ouvrage dans un premier temps pour s'assurer de la performance de l'ensemble des systèmes de mesure et surtout, comme base de comparaison pour tester le comportement des modèles semi-phénoménologiques. Beaucoup d'informations intéressantes peuvent en effet être obtenues notamment au niveau des facteurs de forme, en comparant les modèles proposés pour le matériau à structure complexe aux solutions exactes obtenues pour des matériaux constitués de pores simples.

Les pores de formes simples considérés dans cette section ne sont pas interconnectés et ils ont tous la même orientation par rapport à la surface du matériau. Pour tous les modèles, les effets thermiques et visqueux seront traités séparément. La solution pour un

seul pore sera au départ développée. En tenant compte de l'orientation de l'ensemble des pores par rapport au gradient de pression macroscopique, un paramètre géométrique appelé tortuosité sera introduit et les expressions pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ seront ensuite obtenues.

2.2.1 Pores circulaires

La propagation du son dans les conduites cylindriques circulaires a fait l'objet de nombreuses études. Zwikker et Kosten [Zwikk49] ont démontré qu'il existe, pour cette forme de pore, une solution "exacte" pour les hautes et les basses fréquences. De plus, ils ont également démontré que les effets thermiques peuvent être pris en compte par le module de compression dynamique et que parallèlement, les effets visqueux sont également uniquement associés à la densité dynamique. À partir de l'approche générale de Kirchhoff [Kirch68] et en se basant sur les travaux de Weston [Westo53], Stinson [Stins91] a récemment démontré que pour un large éventail de rayons de tubes, la solution de Zwikker et Kosten est aussi valide dans le zone de fréquence intermédiaire.

a) Densité dynamique $\rho(\omega)$

Considérons un pore cylindrique circulaire de rayon a tel qu'illustré à la Fig. 2.2 saturé d'un fluide de viscosité dynamique η . Définissons la densité complexe moyenne ρ_c de ce pore au moyen de l'équation de Newton suivante:

$$-\frac{\partial p}{\partial x'} = i\omega\rho_c v', \quad (2.2.1)$$

où le gradient $\partial p/\partial x'$ est appliqué selon l'axe central du pore x' et où v' représente la vitesse moyenne du fluide dans la direction x' . La solution "exacte" ρ_c est [Zwikk49]:

$$\rho_c = \rho_o / [1 - 2 T(\lambda\sqrt{-i}) / (\lambda\sqrt{-i})], \quad (2.2.2)$$

où $T(\lambda\sqrt{-i})$ est égal aux rapports des fonctions de Bessels d'ordre un et zéro *i.e.* $J_1(\lambda\sqrt{-i})/J_0(\lambda\sqrt{-i})$ et où le nombre sans dimension λ est égal à:

$$\lambda = a(\omega\rho_o/\eta)^{1/2}. \quad (2.2.3)$$

Figure 2.2 Pore cylindrique circulaire. L'axe de symétrie longitudinal est x' .

Considérons maintenant le matériau poreux illustré à la Fig. 2.3 composé de plusieurs pores cylindriques circulaires faisant un angle θ par rapport à la normale à la surface. Le gradient de pression macroscopique $\partial p / \partial x$ est $\cos \theta$ plus petit que le gradient de pression le long du pore. L'accélération de l'air dans le pore a une composante dans la direction de la pression macroscopique contenant également un facteur $\cos \theta$.

Figure 2.3 Matériau poreux ayant des pores cylindriques circulaires inclinés d'un angle θ par rapport à la normale de la surface.

L'équation de Newton fait intervenir le gradient de pression macroscopique $\partial p / \partial x$ et la vitesse moyenne du fluide v dans les pores comme suit:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\cos^2 \theta} i \omega \rho_c v . \quad (2.2.4)$$

Le facteur $1/\cos^2 \theta$ sera appelé tortuosité α_∞ . En comparant l'Éq. (2.2.4) et (2.1.9), on trouve l'expression de la densité complexe $\rho(\omega)$ pour un matériau constitué de pores cylindriques circulaires ayant un angle θ avec la normale à la surface:

$$\rho(\omega) = \alpha_\infty \rho_c = \alpha_\infty \rho_o / [1 - 2 T(\lambda\sqrt{-i}) / (\lambda\sqrt{-i})] . \quad (2.2.5)$$

b) Module de compression dynamique $K(\omega)$

Pour les pores cylindriques, Stinson [Stins91] a démontré qu'il existe une relation unique entre la densité complexe d'un pore et son module de compression. Considérons la composante axiale de la vitesse acoustique v_x d'un pore cylindrique à section quelconque, tel qu'illustré à la Fig 2.4. Notons que v_x est une valeur ponctuelle et sa valeur, mesurée dans le plan yz , peut varier en fonction des coordonnées y et z .

Figure 2.4 Pore cylindrique ayant une section de forme quelconque.

La pression sonore étant associée à la force agissant sur le fluide, l'équation qui tient compte des effets visqueux peut être exprimée de la façon suivante [Stins91]:

$$\nabla_c^2 v_x - \frac{i\omega}{\nu} v_x = \frac{m(\omega)}{\eta} p , \quad (2.2.6)$$

où ν représente la viscosité cinématique η/ρ_o . Le terme ∇_c^2 est la partie de l'opérateur Laplacien, ∇^2 représentant une différentiation sur la section *i.e.* $\nabla^2 \equiv \nabla_c^2 + \partial/\partial x^2$. Une équation correspondant à l'Éq. (2.2.6) et qui tient compte des effets thermiques en faisant intervenir l'accroissement de température du fluide τ (ce fluide étant considéré comme un gaz idéal) peut être exprimée comme suit:

$$\nabla_c^2 \tau - \frac{i\omega\gamma}{v'} \tau = -\frac{i\omega}{\kappa} p, \quad (2.2.7)$$

où κ est la conductivité thermique du gaz et où $v' = \kappa / (\rho_o C_v)$, C_v étant la chaleur spécifique (par unité de masse) à volume constant du gaz. Il est alors évident, en comparant les Éqs. (2.2.6) et (2.2.7), que les équations pour la vitesse et pour l'augmentation de température ont la même forme. De plus, les conditions limites sont les mêmes *i.e.* que v_x et τ sont nuls au périmètre de la section. Il est donc possible de représenter ces deux problèmes sous une même forme. Exprimons la vitesse et l'excès de température en fonction de la variable généralisée ψ :

$$v_x = -\frac{m(\omega)p}{i\omega\rho_o} \psi, \quad (2.2.8)$$

$$\tau = \frac{v' p}{\gamma\kappa} \psi. \quad (2.2.9)$$

Les Éqs. (2.2.6) et (2.2.7) peuvent toutes deux prendre la forme suivante:

$$\nabla_c^2 \psi - \frac{i\omega}{\eta} \psi = -\frac{i\omega}{\eta}. \quad (2.2.10)$$

Il est suffisant alors de connaître la solution pour v_x (qui permet de calculer $\rho(\omega)$) car la même solution peut être transposée pour τ (qui permet de calculer $K(\omega)$). Sachant qu'il existe une relation unique entre v_x et τ , une relation équivalente entre $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ peut être obtenue. Considérons la fonction $F(\omega)$ définie de la façon suivante:

$$F(\omega) = \langle \psi \rangle, \quad (2.2.11)$$

où les symboles $\langle \rangle$ indiquent une moyenne spatiale calculée sur la section. Il est possible, grâce à cette fonction, de déterminer la valeur de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ [Stins91]:

$$\rho(\omega) = \alpha_\infty \rho_o / F(\omega), \quad (2.2.12)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / [\gamma - (\gamma - 1) F(N_{pr} \omega)], \quad (2.2.13)$$

où pour l'Éq. (2.2.13), ω dans la fonction $F(\omega)$ est remplacé par $N_{pr} \omega$. Pour le pore cylindrique circulaire, $F(\omega) = \alpha_\infty \rho_o / \rho(\omega) = \rho_o / \rho_c$. Pour un pore cylindrique circulaire, on obtient:

$$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + 2(\gamma - 1) T(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i})]. \quad (2.2.14)$$

Cette équation est identique à celle obtenue par Zwicker et Kosten [Zwikk49]. Connaissant $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ pour ce type de pore, il est maintenant facile en utilisant les Éqs. (2.1.16) et (2.1.18), d'obtenir les caractéristiques acoustiques d'un matériau composé de pores cylindriques circulaires.

Pour tous les matériaux qui seront décrits dans cette section et qui sont composés de pores à géométrie simple, la même procédure sera utilisée afin d'obtenir les expressions pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Dans un premier temps, pour un écoulement de type Poiseuille et en ne considérant qu'un seul pore, la solution pour ψ de l'Éq. (2.2.10) ou pour v_x de l'Éq. (2.2.6) est obtenue. Notons que ce type de problème est équivalent au problème posé par la torsion d'une tige ayant la même section que le pore [Norri86] [Timos70]. La valeur de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ est ensuite facilement obtenue en faisant intervenir la tortuosité via les Éqs (2.2.12) et (2.2.13).

2.2.2 Pores à section rectangulaire

Considérons un pore cylindrique de section carrée tel qu'illustré à la Fig. 2.5. La largeur du pore selon l'axe y est de $2a$ et la hauteur du pore selon l'axe z est de $2b$.

Figure 2.5 Pore cylindrique de section carrée. Pour une fente mince, la longueur du côté a devient infinie.

Pour un ébranlement uniaxial selon l'axe x , l'Éq. (2.1.10) prend la forme suivante:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{i\omega}{\eta} \psi = -\frac{i\omega}{\eta} . \quad (2.2.15)$$

La solution pour ψ prend la forme du développement suivante [Stins91] et [Roh90]:

$$\psi(y, z) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{jn} \cos \alpha_j y \cos \beta_n z, \quad (2.2.16)$$

où les constantes α_j et β_n sont fournies par:

$$\alpha_j = (j + 1/2) \pi / a, \quad (2.2.17)$$

$$\beta_n = (n + 1/2) \pi / b. \quad (2.2.18)$$

Chaque terme du développement satisfait la condition aux limites $\psi = 0$ à $y = \pm a$ et $z = \pm b$. L'Éq. (2.2.16) constitue une base complète. En substituant l'Éq. (2.2.16) dans (2.2.10) et en évaluant les coefficients A_{jn} en utilisant les caractéristiques d'orthogonalité des fonctions cosinus, la solution de l'Éq. (2.1.10) est obtenue:

$$\psi = \frac{4i\omega}{\eta ab} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^j (-1)^n \cos \alpha_j y \cos \beta_n z}{\alpha_j \beta_n (\alpha_j^2 + \beta_n^2 + i\omega / \eta)}. \quad (2.2.19)$$

Calculant la moyenne spatiale $\langle \psi \rangle$ sur la section, on trouve:

$$F(\eta) = \frac{4i\omega}{\eta a^2 b^2} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\alpha_j^2 \beta_n^2 (\alpha_j^2 + \beta_n^2 + i\omega / \eta) \right]^{-1}, \quad (2.2.20)$$

de sorte que:

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o \frac{v a^2 b^2}{4i\omega} / \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\alpha_j^2 \beta_n^2 (\alpha_j^2 + \beta_n^2 + i\omega / v) \right]^{-1} \right\}, \quad (2.2.21)$$

$$K(\omega) = P_o / \left\{ 1 - \frac{4i\omega(\gamma-1)}{v' a^2 b^2} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\alpha_j^2 \beta_n^2 (\alpha_j^2 + \beta_n^2 + i\omega\gamma / v') \right]^{-1} \right\}. \quad (2.2.22)$$

Considérons un cas limite de ce modèle lorsque $a \gg b$. Ceci correspond à une fente fine ("slit") d'épaisseur $2b$. Introduisons un paramètre sans dimension $\lambda = b (\omega / v)^{1/2}$.

Il est facile de montrer alors que:

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o / [1 - \tanh(\lambda \sqrt{i}) / (\lambda \sqrt{i})], \quad (2.2.23)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + (\gamma-1) \tanh(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{i})]. \quad (2.2.24)$$

En tenant compte du changement de convention de signe, Attenborough [Atten83] en utilisant une approche différente, a obtenu des équations identiques aux Éqs. (2.2.23) et (2.2.24)

2.2.3 Pores à section triangulaire

Considérons le pore triangulaire (triangle équilatéral de côté d) tel qu'illustré à la Fig. 2.6.

Figure 2.6 Pore cylindrique de section triangulaire (triangle équilatéral dont les côtés sont de longueur d).

Nous recherchons ici une solution à l'Éq. (2.2.6) avec comme valeur aux limites (sur le périmètre) $v_x = 0$. Un développement de la forme suivante est utilisée:

$$v_x(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_n(y, z) , \quad (2.2.25)$$

où

$$f_n(y, z) = \frac{1}{4} [\sin 4\beta_n z / \sqrt{3} - \sin 2\beta_n(y + z/\sqrt{3}) + \sin 2\beta_n(y - z/\sqrt{3})] , \quad (2.2.26)$$

avec:

$$\beta_n = n\pi / d . \quad (2.2.27)$$

En substituant dans l'Éq. (2.2.6) on trouve:

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n [16\beta_n^2 / 3 + i\omega\rho_o / \eta] f_n(y, z) = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} . \quad (2.2.28)$$

Il peut être montré que les fonctions $f_n(y, z)$ sont orthogonales i.e.:

$$\oint_A f_n(y, z) f_{n'}(y, z) dy dz = \frac{3\sqrt{3}}{128} d^2 \delta_{n, n'} , \quad (2.2.29)$$

où A est la surface de la section normale du pore triangulaire. On trouve aussi:

$$\oint_A f_n(y,z) dydz = - \frac{3\sqrt{3}}{16n\pi} d^2 . \quad (2.2.30)$$

Ces résultats peuvent être utilisés pour déterminer les coefficients B_n . Les deux côtés de l'Éq. (2.2.28) sont multipliés par $f_n(y,z)$ et intégrés sur la surface de la section. On trouve alors:

$$B_n = - \frac{dp}{dx} \frac{8}{\beta_n d (16\eta\beta_n^2/3 + i\omega\rho_o)} , \quad (2.2.31)$$

et ainsi:

$$v_x(y,z) = -2 \frac{dp}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 4\beta_n z/\sqrt{3} - \sin 2\beta_n(y+z/\sqrt{3}) + \sin 2\beta_n(y-z/\sqrt{3})}{\beta_n d (16\eta\beta_n^2/3 + i\omega\rho_o)} . \quad (2.2.32)$$

La somme de l'Éq. (2.2.32) peut être évaluée en utilisant les relations suivantes [Grads65]:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\zeta}{n} = \frac{\pi - \zeta}{2} , \quad 0 < \zeta < 2\pi , \quad (2.2.33)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin n\zeta}{n^2 + h^2} = \frac{\pi \sinh h(\pi - \zeta)}{2 \sinh h\pi} , \quad 0 < \zeta < 2\pi . \quad (2.2.34)$$

La distribution de vitesse suivante est alors obtenue:

$$v_x(y,z) = \frac{dp}{dx} \left\{ \sinh \varepsilon + \sinh \varepsilon \left[1 - \frac{4z}{\sqrt{3}d} \right] - \sinh \varepsilon \left[1 - \frac{2(y+z/\sqrt{3})}{d} \right] - \sinh \varepsilon \left[1 + \frac{2(y-z/\sqrt{3})}{d} \right] \right\} / (i\omega\rho_o \sinh \varepsilon) , \quad (2.2.35)$$

où le paramètre ε vaut:

$$\varepsilon = \left[\frac{3}{16} i\omega\rho_o d^2 / \eta \right]^{1/2} . \quad (2.2.36)$$

L'expression de la vitesse axiale $v_x(y,z)$ peut être intégrée sur la surface de la section afin de fournir la vitesse moyenne v . On trouve alors pour un matériau formé de pores cylindriques triangulaires faisant un angle θ avec la normale à la section, la densité dynamique $\rho(\omega)$ suivante:

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o \varepsilon^2 / (\varepsilon^2 - 3\varepsilon \coth \varepsilon + 3) . \quad (2.2.37)$$

Comme pour les pores carrés, on peut alors facilement déterminer $F(\omega)$ et $K(\omega)$:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{N_{pr} \epsilon^{1/2} - 3 N_{pr}^{1/2} \epsilon \coth N_{pr}^{1/2} \epsilon + 3}{N_{pr} \epsilon^2} \right]. \quad (2.2.38)$$

2.2.4 Pores cylindriques circulaires à section variable

a) Le modèle

La géométrie interne d'un matériau poreux peut être extrêmement complexe. On peut en effet considérer que la section des pores change constamment de forme et de dimension. Afin de simuler ce phénomène, un modèle simple a été développé. Ce modèle décrit le comportement d'un matériau poreux constitué de pores cylindriques dont les sections varient le long des pores. Comme illustré, à la Fig. 2.7, un pore, dont la forme et la dimension de la section varient, est discrétisé en une série de pores cylindriques de sections constantes et de longueurs $d\ell$. Le comportement acoustique de chaque segment est alors considéré de façon indépendante.

Figure 2.7 Modèle d'un matériau poreux ayant des pores dont les dimensions et la forme des sections varient.

On suppose que chaque pore traverse l'échantillon d'une extrémité à l'autre et qu'il n'est pas interconnecté. L'échantillon doit être suffisamment long pour que tous les pores puissent être considérés statistiquement semblables. La longueur sur laquelle s'effectue la transition entre deux sections différentes doit être petite par rapport à la longueur d'onde

acoustique dans l'échantillon. La courbure des pores doit être petite de sorte que les rayons de courbure soient beaucoup plus grands que la longueur d'onde.

Le modèle développé dans cette section est considéré comme une approximation. En effet, en plus de négliger les petites perturbations se produisant localement aux changements de section, il peut être démontré (contrairement à ce que nous considérons dans ce modèle) qu'il n'est pas nécessairement toujours vrai, en dépit de la finesse de la discrétisation, que les phénomènes acoustiques dans des segments successifs soient complètement indépendants. Toutefois, comme nous le verrons plus loin, ce modèle peut fournir des valeurs suffisamment précises et peut s'avérer très utile pour comprendre les différents phénomènes acoustiques associés à la variation de dimension des pores.

Considérons un échantillon ayant une surface A , un nombre total de pores N et une longueur Δx . Chaque pore a la même longueur totale ℓ . Chaque segment j d'un pore donné aura une longueur $\Delta \ell_j$ et une surface A_j . Le volume d'un pore est $\sum A_j \Delta \ell_j$, de sorte que la porosité de l'échantillon Ω est:

$$\Omega = \frac{N \sum A_j \Delta \ell_j}{A \Delta x} . \quad (2.2.39)$$

Chaque segment j aura une résistance au passage de l'air σ_j . En négligeant les pertes locales aux jonctions des segments, (ceci peut être justifié par le fait que le nombre de Reynolds associé à l'écoulement d.c. est de l'ordre de 1), la résistance au passage de l'air σ de l'échantillon est:

$$\sigma = \frac{A}{N \Delta x} \sum \sigma_j \frac{\Delta \ell_j}{A_j} . \quad (2.2.40)$$

La définition de la tortuosité α_∞ mesurée au moyen d'une technique utilisant un électrolyte est utilisé ici. La notion de tortuosité ainsi qu'une description complète de cette technique sera fournie à la section 2.2.3. Soit r la résistivité électrique d'un fluide saturant tous les pores. Dans un segment j , la résistance électrique est $r \Delta \ell_j / A_j$. En négligeant le phénomène localisé à la jonction entre les segments, la résistance fournie par

tout le pore est $r \sum \Delta \ell_j / A_j$ et la résistance totale de l'échantillon R_t est égale à $(r/N) \sum \Delta \ell_j / A_j$. Si tout l'espace occupé par l'échantillon était rempli d'électrolyte seulement, la résistance R_o serait $r \Delta x / A$. La tortuosité peut alors se calculer comme suit:

$$\alpha_\infty = \Omega \frac{R_t}{R_o} = \frac{\Omega A}{N \Delta x} \sum \frac{\Delta \ell_j}{A_j} . \quad (2.2.41)$$

Nous allons maintenant considérer le comportement acoustique induit par la présence d'un gradient de pression macroscopique dp/dx . Le long d'un pore et à chaque jonction entre deux segments, la vitesse volumique u doit être conservée. Notons que nous considérons que la longueur de l'échantillon Δx est suffisamment grande pour que la variation des formes entre les différents pores soit statistiquement négligeable, mais suffisamment petite devant la longueur d'onde. Dans le $j^{\text{ème}}$ segment:

$$\frac{\Delta p_j}{\Delta \ell_j} = -\rho_f(\omega) \frac{\partial v_j}{\partial t} , \quad (2.2.42)$$

où v_j est la vitesse moyenne du fluide dans le segment et $\Delta p_j / \Delta \ell_j$ est le gradient de pression le long d'un segment. Chaque segment j est représenté, indépendamment de l'orientation générale du pore, par un tube droit uniforme de sorte que la tortuosité α_∞ pour le terme de densité dynamique $\rho_f(\omega)$ de chaque segment est égale à 1. Sachant que la vitesse volumique $u = A_j v_j$ est la même dans tous les segments, on trouve:

$$\Delta p_j = -\rho_f(\omega) \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\Delta \ell_j}{A_j} . \quad (2.2.43)$$

Le gradient de pression au travers de l'échantillon dans la direction x est:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{\partial u}{\partial t} \frac{1}{\Delta x} \sum \rho_f(\omega) \frac{\Delta \ell_j}{A_j} . \quad (2.2.44)$$

La vitesse macroscopique moyenne v du fluide dans le matériau est $Nu/\Omega A$. En utilisant les Éqs. (2.1.9) et (2.2.41) on trouve la densité dynamique de l'échantillon:

$$\rho(\omega) = \alpha_\infty \sum \rho_f(\omega) \frac{\Delta \ell_j}{A_j} / \sum \frac{\Delta \ell_j}{A_j} . \quad (2.2.45)$$

Dans le $j^{\text{ème}}$ segment et en accord avec l'Éq. (2.1.14), nous considérons la variation de la vitesse moyenne le long d'un segment de pore:

$$-\frac{\Delta v_j}{\Delta \ell_j} = \frac{1}{K_j(\omega)} \frac{\partial p}{\partial t} = C_j(\omega) \frac{\partial p}{\partial t} , \quad (2.2.46)$$

où $C_j(\omega)$ est le coefficient de compressibilité dynamique du $j^{\text{ème}}$ segment. Considérons que la pression p est à peu près constante le long du pore. La vitesse moyenne du fluide v_j n'est pas constante d'un segment à l'autre mais la vitesse volumique u doit cependant être constante. On peut ainsi écrire:

$$\frac{\Delta u}{\Delta \ell_j} = -C_j(\omega) A_j \frac{\partial p}{\partial t} . \quad (2.2.47)$$

Pour toute la longueur du pore:

$$\Delta u = -\left[\sum C_j(\omega) A_j \Delta \ell_j \right] \frac{\partial p}{\partial t} . \quad (2.2.48)$$

L'accroissement de la vitesse macroscopique moyenne Δv à l'intérieur des pores est $N\Delta u/\Omega A$. On trouve ainsi:

$$\frac{\Delta v}{\Delta x} = -\frac{N}{\Omega A \Delta x} \left[\sum C_j(\omega) A_j \Delta \ell_j \right] \frac{\partial p}{\partial t} . \quad (2.2.49)$$

L'Éq. (2.1.14) et la définition de la porosité fournies par l'Éq. (2.2.39) nous permettent de trouver l'expression suivante:

$$C(\omega) = \frac{\sum C_j(\omega) A_j \Delta \ell_j}{\sum A_j \Delta \ell_j} . \quad (2.2.50)$$

Le module de compression dynamique de l'air contenu dans le matériau poreux est:

$$K(\omega) = \sum A_j \Delta \ell_j / \left[\sum A_j \Delta \ell_j / K_j(\omega) \right] . \quad (2.2.51)$$

Les valeurs individuelles $\rho_j(\omega)$ et $K_j(\omega)$ peuvent être facilement trouvées lorsque des pores, pour lesquelles une solution est connue (rond, carré, triangle, fente mince), sont utilisés.

b) Application aux pores circulaires

Le modèle présenté à la section précédente sera utilisé pour décrire un matériau composé de pores cylindriques circulaires de rayons variables. La Fig. 2.8 illustre schématiquement la forme du pore considérée. Un échantillon a été construit et ses dimensions ainsi que la description de la technique de fabrication utilisée seront présentées à la section

4.1.2. Une section type d'un pore de ce matériau est composée d'une suite alternée de longs pores circulaires de longueur $\varepsilon_1 \ell$ et de rayon a_1 (grosse section), et de petits pores circulaires de petite section, de longueur $\varepsilon_2 \ell$ et de rayon a_2 . On a donc ici $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$.

Figure 2.8 Description d'un pore circulaire à section variable

En utilisant l'Éq. (2.2.39) on trouve la porosité:

$$\Omega = \frac{N \pi \ell (\varepsilon_1 a_1^2 + \varepsilon_2 a_2^2)}{A \Delta x} . \quad (2.2.52)$$

La résistance au passage de l'air d'un segment j est $8\eta/a_j^2$. En utilisant l'Éq. (2.2.40) et (2.2.41), on trouve respectivement pour la résistance au passage de l'air et la tortuosité:

$$\sigma = \frac{A 8 \eta \ell}{N \pi \Delta x} \left(\frac{\varepsilon_1}{a_1^4} + \frac{\varepsilon_2}{a_2^4} \right) , \quad (2.2.53)$$

$$\alpha_\infty = \frac{\Omega A \ell}{N \pi \Delta x} \left(\frac{\varepsilon_1}{a_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{a_2^2} \right) = \frac{\ell^2}{\Delta x^2} (\varepsilon_1 a_1^2 + \varepsilon_2 a_2^2) \left(\frac{\varepsilon_1}{a_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{a_2^2} \right) . \quad (2.2.54)$$

La densité dynamique $\rho(\omega)$ est évaluée avec l'Éq. (2.2.45). Chaque $\rho_j(\omega)$ est évalué avec l'Éq. (2.2.2) où λ_j est égal à $a_j(\rho_o \omega / \eta)^{1/2}$. L'expression obtenue pour la densité dynamique d'un matériau fabriqué à partir de ce type de pore est:

$$\rho(\omega) = \alpha_\infty \left(\rho_1(\omega) \frac{\varepsilon_1}{a_1^2} + \rho_2(\omega) \frac{\varepsilon_2}{a_2^2} \right) / \left(\frac{\varepsilon_1}{a_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{a_2^2} \right) . \quad (2.2.55)$$

Le module de compression dynamique $K(\omega)$ est obtenu à partir de l'Éq. (2.2.51). Chaque valeur individuelle de $K_j(\omega)$ est calculée à partir des mêmes λ_j utilisés pour le calcul de $\rho(\omega)$. L'expression suivante est obtenue:

$$K(\omega) = \frac{\varepsilon_1 a_1^2 + \varepsilon_2 a_2^2}{\varepsilon_1 a_1^2 / K_1(\omega) + \varepsilon_2 a_2^2 / K_2(\omega)} . \quad (2.2.56)$$

Connaissant les dimensions physiques des pores, il est donc possible d'obtenir les caractéristiques acoustiques de ce matériau. Ce modèle sera validé expérimentalement et les résultats seront présentés au chapitre V. Il sera utilisé par la suite pour étudier le comportement des modèles semi-phénoménologiques proposés dans cet ouvrage.

2.2.5 Limites "hautes et basses fréquences" pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$

Comme nous pourrions le constater à la section 2.3, plusieurs modèles utilisent un facteur de forme afin de tenir compte de la variation de la forme du pore par rapport à une forme de base notamment une section circulaire. Afin d'analyser le comportement de ces facteurs de forme, il serait intéressant d'avoir une formulation générale pour les limites "hautes et basses fréquences" pour la densité dynamique $\rho(\omega)$ et le module de compression dynamique $K(\omega)$.

Considérons une différence de pression constante (d.c.) ΔP maintenue entre les faces d'un matériau d'épaisseur Δx composé de plusieurs pores identiques inclinés d'un angle θ . Un débit constant Q_v s'établit alors dans le matériau poreux. En utilisant la définition de la perméabilité non-dimensionnelle k_o introduite par Carman [Carma56], on obtient la relation suivante pour la résistance au passage de l'air σ :

$$\sigma = \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{A}{Q_v} = \frac{4k_o \eta \alpha_\infty}{\Omega r_h^2} = - \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{1}{\Omega v} , \quad (2.2.57)$$

où r_h est le rayon hydraulique défini comme étant égal à deux fois le rapport de la surface A de la section du pore et de son périmètre mouillé L_p . Le rayon hydraulique est une mesure de la dimension du pore. Pour les formes de pores décrites précédemment, le rayon hydraulique est égal à a pour le pore circulaire, $2ab/(a+b)$ pour un pore rectangulaire, $2b$

pour un pore ayant la forme de fente et $d/\sqrt{12}$ pour un pore triangulaire. La valeur de la constante k_o fournie par Carman, est égale à 2 pour le pore circulaire, 3 pour la fente et 5/3 pour le pore triangulaire (triangle équilatéral). En comparant la définition de la résistance au passage de l'air à celle de densité complexe telle que définie à l'Éq. (2.1.9) on trouve:

$$\sigma = \lim_{\omega \rightarrow 0} i\omega \rho(\omega) / \Omega . \quad (2.2.58)$$

En basse fréquence, $\rho(\omega)$ peut être développer en terme de ω :

$$\rho(\omega) = \frac{\sigma \Omega}{i\omega} + k_1 \alpha_\infty \rho_o + \dots \quad (2.2.59)$$

La constante k_1 est indépendante de la fréquence et est un nombre réel. Elle ne dépend que de la forme de la section du pore. En effectuant les développements asymptotiques des expressions pour $\rho(\omega)$ fournis aux sections 2.2.1 à 2.2.3, on trouve que k_1 vaut 4/3, 10/7 et 6/5 respectivement pour un pore à section circulaire, triangulaire et pour une fente ("slit"). En utilisant les relations générales pour des pores cylindriques (Éqs. (2.2.12) et (2.2.13)), on trouve l'expression asymptotique en basse fréquence pour un matériau composé de pores cylindriques:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{i \alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma \Omega} + \dots \right] . \quad (2.2.60)$$

Pour les hautes fréquences, on peut utiliser ici l'approche décrite par Johnson *et al.* [Johns87]. Les effets de viscosité sont confinés à une couche limite située près de la surface du pore. À l'intérieur du pore et loin de cette couche limite, la vitesse v_o selon l'axe longitudinal du pore x' est essentiellement constante et est fournie par:

$$i\omega \rho_o v_o = - \frac{dp}{dx'} . \quad (2.2.61)$$

Étant donné que l'épaisseur de la couche limite devient négligeable, lorsque la fréquence augmente, la surface peut être localement considérée comme plane (tel qu'illustré à la Fig. 2.9). La vitesse près de la surface du pore est donc:

$$v_x(y,z) = v_o [1 - \exp(-C_1 \Gamma)] , \quad (2.2.62)$$

où Γ est la distance du mur du pore au point (y,z) et C_1 vaut:

$$C_1 = (i\omega\rho_o/\eta)^{1/2} . \quad (2.2.63)$$

Figure 2.9 Coordonnées localisées à la surface d'un pore.

En intégrant sur la surface de la section et en tenant compte de l'orientation du pore par rapport au gradient de pression macroscopique $\partial p / \partial x$, on trouve:

$$v = \alpha_{\infty} v_o [1 - L_p / (C_1 A)] . \quad (2.2.64)$$

Les Éqs. (2.1.9), (2.2.61) et (2.2.64) peuvent être combinées pour donner l'expression pour les hautes fréquences de la densité dynamique complexe d'un matériau poreux composé de pores cylindriques:

$$\rho(\omega) \approx \alpha_{\infty} \rho_o \left[1 + \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\omega\rho_o} \right)^{1/2} \right] . \quad (2.2.65)$$

En utilisant une approche similaire pour les pores cylindriques, on trouve pour la limite "haute fréquence" du module de compression complexe:

$$K(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + (\gamma - 1) \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\rho_o N_{pr} \omega} \right)^{1/2} \right] . \quad (2.2.66)$$

2.2.6 Modèle généralisé de Biot pour matériau à pores cylindriques

L'approche proposée par Biot [Biot56] est particulièrement bien adaptée pour étudier les matériaux poreux à structure complexe et sera examinée en détail à la section 3.3. Nous allons toutefois utiliser ici la densité complexe fournie par la théorie de Biot afin de proposer un modèle général pour les matériaux composés de pores cylindriques.

Tel que proposé par Allard *et al.* [Allard90], on peut définir comme suit la densité complexe de Biot pour un matériau à structure rigide:

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o + \frac{\sigma \Omega}{i \omega} F(\lambda), \quad (2.2.67)$$

où $F(\lambda)$ est le facteur de correction de la viscosité [Biot56]:

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda \sqrt{-i} T(\lambda \sqrt{-i})}{[1 - 2T(\lambda \sqrt{-i})/(\lambda \sqrt{-i})]}. \quad (2.2.68)$$

Le paramètre sans dimension λ est maintenant défini comme suit.

$$\lambda = s_g \left(\frac{8 \omega \rho_o \alpha_{\infty}}{\sigma \Omega} \right)^{1/2}, \quad (2.2.69)$$

où s_g représente un facteur de forme. En utilisant encore une fois les relations générales entre $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ pour des pores cylindriques *i.e.* Éqs. (2.2.12) et (2.2.13), on trouve l'expression suivante:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{\alpha_{\infty} \rho_o}{\alpha_{\infty} \rho_o + \frac{\sigma \Omega}{i N_{pr} \omega} F(N_{pr}^{1/2} \lambda)} \right]. \quad (2.2.70)$$

Notons que ce nouveau modèle n'est valide que pour les pores cylindriques. Le facteur de forme unique permet d'ajuster la dépendance fréquentielle de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ en fonction de la forme du pore. La validité de ce modèle sera examinée au chapitre V.

2.3 Modèles semi-phénoménologiques

Dans cet ouvrage, on s'intéresse principalement au comportement de matériaux acoustiques utilisés comme matériaux absorbants pour les applications dans le domaine

architectural, pour le contrôle du bruit de la machinerie, des véhicules de transport etc. Un grand nombre de modèles utilisant plusieurs approches différentes ont été développés pour fournir les caractéristiques acoustiques des matériaux poreux absorbants. Une approche simple consiste à supposer que la structure du squelette est immobile et que le comportement du matériau est équivalent à celui d'un fluide homogène isotrope [Zwikk49], [Morse68], [Monna38]. D'autres modèles ont été développés pour des matériaux possédant une structure interne bien définie comme par exemple pour les matériaux fibreux [Atten71], [Kozhi71], [Kawas60], [Bonne74] ou pour le matériau granuleux que l'on représente comme un assemblage de sphères [Morse68], [Korri45], [Bruts64], [Walto75]. Les quelques références citées ici ne représentent pas une liste exhaustive des modèles. Une excellente revue de la littérature a déjà été effectuée par Attenborough [Atten82].

Un modèle élaboré le plus possible en fonction des caractéristiques physiques de l'air et du solide qui sont considérées comme deux constituants séparés, offre de nombreux avantages. Il permet entre autres d'effectuer une étude paramétrique de l'influence des différentes propriétés physiques du matériau (porosité, dimension des pores, tortuosité etc.). L'analyse du comportement acoustique des matériaux en fonction de leurs propriétés physiques ouvre la porte à un processus d'optimisation qui permet d'améliorer l'efficacité des matériaux grâce à un choix judicieux de leurs caractéristiques microstructurelles. Dans cette étude, nous nous limiterons à ce type de modèle.

Nous considérerons dans cet ouvrage deux approches bien distinctes menant à l'élaboration de modèles que l'en considérera comme semi-phénoménologiques. La première approche, basée sur les travaux de Biot et Allard [Biot56] [Allar90] [Allar88], fait intervenir les relations contraintes, déformations s'appliquant à la fois sur la structure et sur le fluide. Le mouvement moyen d'un fluide se propageant dans un matériau poreux à géométrie complexe est considéré. La deuxième approche [Atten83], s'intéresse au

départ à une structure très simple, soit des pores cylindriques circulaires. Ayant établi les équations de base pour un tel type de pore, les matériaux à structure complexe sont considérés en introduisant différents paramètres comme la tortuosité, la porosité et un ou plusieurs facteurs de forme. On peut donc constater que les approches sont très différentes, la première considère un matériau poreux dans toute sa complexité tandis que la deuxième, s'appuie sur une solution pour une forme de pore simple. Deux modèles que nous appellerons le modèle de Biot-Allard et le modèle de Attenborough seront décrits en détail dans cet ouvrage. Le choix de ces deux modèles se justifie par le fait qu'ils ont récemment fait l'objet de nombreuses publications, qu'ils peuvent modéliser le comportement de matériaux de différentes natures (granuleux fibreux, sols) et qu'ils sont de loin les plus populaires car leur utilisation est largement répandue tant au niveau de la recherche que de la pratique du génie.

2.3.1 Modèle de Biot-Allard

La théorie de Biot [Biot56] a été élaborée au départ pour modéliser le comportement d'une structure poreuse composée d'une matrice élastique saturée par un fluide. Elle a été utilisée dans des situations très diverses comme par exemple en acoustique sous-marine [Ogush85], [Stoll74], pour caractériser le comportement des gels [Johns82c], le comportement acoustique de la laine de verre [Sides71], des assemblages de billes de verre [Plona82] etc. Sous sa forme originale, cette théorie apparaît comme fournissant la description la plus générale que l'on puisse considérer pour représenter la propagation du son dans un système où une des constituantes est un fluide [Allar90]. Dans cette théorie, les mouvements du fluide et du solide sont considérés séparément *i.e.* qu'il y a en jeu deux "milieux spécifiques" s'interpénétrant [Johns82a]. Grâce aux travaux de Stoll [Stoll74], Johnson [Johns86], Depollier [Depol88], et Allard [Allar89a], [Allar89b], Allard89c], [Allar90], la théorie de Biot a pu être développée, raffinée et appliquée au matériau poreux à structure rigide.

La théorie de Biot s'appuie sur les hypothèses de base suivantes:

- Le matériau est poreux, isotrope et homogène (d'un point de vue macroscopique).
- Les pores sont interconnectés entre eux et avec l'extérieur. Les parois de ces pores sont imperméables et la distribution du volume des pores est concentrée autour d'une valeur moyenne
- L'élément de volume du matériau considéré est grand devant la dimension des pores et petit devant la longueur d'onde.
- L'amplitude des mouvements considérée sera faible de sorte que l'on considérera que les comportements linéaires.
- Le matériau est saturé de fluide (dans ce document, seul l'air est considéré).
- Les mouvements moyens du fluide et de la structure solide sont considérés séparément *i.e.* que l'on examinera distinctement le comportement de deux éléments s'interpénétrant mutuellement.
- La structure solide est élastique, elle se comporte de façon linéaire.
- La diffraction autour des grains individuels ou des particules constituant le squelette du matériau peut être négligée.
- Le fluide ne peut créer ou réagir aux forces de cisaillement.

Abordons cette théorie en examinant les déplacements moyens du fluide $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ et de la structure $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{r}$ représentant ici le vecteur position tri-dimensionnel. Pour des mouvements irrotationnels du fluide, les deux équations différentielles proposées par cette théorie sont:

$$\begin{aligned} (1 - \Omega)\rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = & -\rho_{12} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} \right) + \frac{\eta \Omega^2}{k} F(\omega) \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right) \\ & + P \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) + Q \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - N \nabla \times \nabla \times \mathbf{V} , \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$\Omega \rho_o \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} = -\rho_{12} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} \right) - \frac{\eta \Omega^2}{k} F(\omega) \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right) + R \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + Q \nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) . \quad (2.3.2)$$

où k est la perméabilité du matériau. Pour le cas où le squelette est constitué d'un matériau homogène, les quantités P , Q , et R représentent des coefficients généralisés dont on peut donner un sens physique aux moyens d'expériences "imaginaires" [Johns86] (expériences "Gedanken"). Ces coefficients peuvent ainsi être reliés au module de compression du fluide, à celui de compression du matériau composant le squelette et au module de compression et de cisaillement du matériau poreux sans la présence d'air. Le terme ρ_{12} décrit la force d'entraînement que le fluide exerce sur le solide (ou réciproquement) lorsqu'il y a une accélération et plus précisément un mouvement relatif entre ces deux constituants. On peut remarquer à l'Éq. (2.3.1) que même pour un fluide non visqueux $[(\eta \Omega^2 / k) F(\omega) \equiv 0]$, il existe une force par unité de volume appliquée sur le solide dès qu'une composante du milieu poreux est accélérée un par rapport à l'autre. On peut poser:

$$\rho_{12} = -(\alpha_\infty - 1) \Omega \rho_o , \quad (2.3.3)$$

où α_∞ est une quantité purement géométrique, indépendante des densités du fluide ou du solide, appelée tortuosité. La fonction $F(\omega)$ permet de tenir compte du fait que l'amortissement visqueux de l'onde qui se propage change lorsque la profondeur de peau (couche limite) $(2\eta/\rho_o \omega)^{1/2}$ varie.

Pour un matériau à structure rigide ou très massive, ou encore pour des matériaux à faible résistance au passage de l'air, il est possible de simplifier les équations de la théorie de Biot pour ne considérer qu'une onde qui se propage dans le fluide [Atten86], [Allar89b], [Allar90]. On peut ainsi obtenir l'expression suivante pour la densité dynamique $\rho_B(\omega)$ du modèle de Biot-Allard:

$$\rho_B(\omega) = \alpha_\infty \rho_o - \frac{i \sigma \Omega}{\omega} F(\lambda) . \quad (2.3.4)$$

La fonction $F(\lambda)$ est associée aux pertes visqueuses dans un pore. Elle exprime la dépendance fréquentielle d'un profil de vitesse, ce profil variant par rapport au profil d'un écoulement de type Poiseuille. Pour un pore circulaire de rayon a , $F(\lambda)$ permet de retrouver l'Éq. (2.2.2) et vaut:

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda \sqrt{-i} T(\lambda \sqrt{-i})}{1 - 2 T(\lambda \sqrt{-i}) / (\lambda \sqrt{-i})}, \quad (2.3.5)$$

où le paramètre sans dimension λ vaut $a(\omega \rho_o / \eta)^{1/2}$. Pour un pore ayant la forme d'une fente (rectangle ayant un des côtés infiniment longs), on trouve [Biot56]:

$$F(\lambda) = \frac{1}{3} \frac{\lambda \sqrt{i} \tanh(\lambda \sqrt{i})}{1 - \tanh(\lambda \sqrt{i}) / (\lambda \sqrt{i})}, \quad (2.3.6)$$

où λ_f pour une fente ayant une demi-épaisseur b , vaut $b(\omega \rho_o / \eta)^{1/2}$. Notons que l'Éq. (2.3.6) permet de retrouver l'Éq.(2.2.23). En comparant les valeurs asymptotiques des Éqs. (2.3.5) et (2.3.6), Biot [Biot56] a démontré qu'elles étaient très semblables si on posait dans l'Éq. (2.3.5) $a = 4/3 b$. Comme une fente est un cas que l'on peut considérer comme extrême, il peut être envisagé d'utiliser l'Éq. (2.3.5) pour un matériau quelconque en utilisant un paramètre d'ajustement (facteur de forme) dans la définition du paramètre λ . En considérant les caractéristiques physiques d'un matériau poreux quelconque et en faisant comme hypothèse que les pores sont cylindriques, une estimation de la valeur de ce paramètre peut être obtenue [Atten83]:

$$\lambda = s \left(\frac{8 \omega \rho_o \alpha_\infty}{\sigma \Omega} \right)^{1/2}, \quad (2.3.7)$$

où s est le facteur de forme identifié par Biot.

Pour le modèle de Biot-Allard, la densité dynamique $\rho_B(\omega)$ sera donc fournie par l'Éq. (2.3.5) où $F(\lambda)$ sera évalué avec les Éqs (2.3.5) et (2.3.7).

Le module de compression de ce modèle est obtenu en faisant l'analyse des effets thermiques dans un pore cylindrique. L'expression suivante est utilisée [Zwikk49]:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[1 + 2 (\gamma - 1) T(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) \right], \quad (2.3.8)$$

où λ est également fourni pour un pore quelconque par l'Éq. (2.3.7). Notons que pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires faisant tous le même angle avec la normale à la surface, le modèle de Biot-Allard fournit une prédiction exacte avec $s = 1$.

2.3.2 Modèle d'Attenborough

Le modèle d'Attenborough [Atten83] est très fréquemment employé car il a le mérite d'être simple d'utilisation. Comme le modèle de Biot-Allard, ce modèle semi-phénoménologique utilise les caractéristiques physiques du matériau comme paramètres de base. Après quelques raffinements [Atten87], son inventeur a proposé de n'utiliser qu'un seul facteur de forme. L'approche adoptée par Attenborough est très différente de celle de Biot. Attenborough utilise les équations propres aux conduits cylindriques pour, par la suite, généraliser ces équations au matériau poreux quelconque.

L'expression de la densité dynamique $\rho_A(\omega)$ du modèle d'Attenborough est équivalente à la densité dynamique fournie à la section 2.2 [Éq. (2.2.5)] mais sera présentée de nouveau ici afin d'offrir une description complète:

$$\rho_A(\omega) = \alpha_\infty \rho_o / \left[1 - 2 T(\lambda \sqrt{-i}) / (\lambda \sqrt{-i}) \right], \quad (2.3.9)$$

où λ fait intervenir le facteur de forme s_p et est fourni par l'expression suivante [Atten83]:

$$\lambda = \frac{1}{2s_p} \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2}. \quad (2.3.10)$$

Attenborough définit la tortuosité comme le rapport entre la longueur développée d'une ligne de courant moyenne, joignant les deux extrémités de l'échantillon, et la longueur de l'échantillon. Récemment [Atten90], cet auteur a indiqué que la technique de mesure par résistance électrique fournit une valeur de la tortuosité valable pour son modèle. Cette technique ainsi que les différentes interprétations de la tortuosité seront présentées à la section 3.2.3.

Pour le module de compression dynamique, ce modèle utilise la même expression que celle utilisée pour le modèle de Biot-Allard soit:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[1 + 2(\gamma - 1) T(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) \right], \quad (2.3.11)$$

où λ est fourni par l'Éq. (2.3.10). Notons que pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires, le modèle d'Attenborough fournit une solution exacte et équivalente à celle fournie par le modèle de Biot-Allard.

Attenborough dans son article original [Atten83] introduit la définition de la densité globale du matériau ρ_b ("bulk density"). Notons que l'expression pour la porosité apparaissant de façon explicite dans ρ_b est différente de l'équation $\rho_A(\omega)$ définie à l'Éq. (2.3.9). Cette différence provient du fait que dans les équations de mouvement et de continuité [Éqs. (2.1.9) et (2.1.14)], nous avons préféré utiliser la vitesse macroscopique moyenne à l'intérieur du matériau. Notons que cette approche est équivalente à celle utilisée par Johnson [John87]. L'utilisation d'une telle définition permet, lorsque l'on analyse et compare les matériaux poreux complexes, de découpler et d'éliminer les effets de la porosité, cette porosité pouvant être associée à un facteur d'échelle. De plus, la densité dynamique peut être considérée comme une masse effective de fluide par unité de volume de fluide saturant. Sa valeur étant dépendante de la fréquence et différente de ρ_o , l'effet de la présence du squelette peut être facilement examiné.

2.4 Nouveaux modèles

2.4.1 Modèle à deux paramètres

Le modèle de Biot-Allard de même que celui d'Attenborough utilisent un même paramètre λ à la fois pour la densité complexe et pour le module de compression complexe. On estime la valeur de ce paramètre via les Éqs. (2.3.7) et (2.3.10) en faisant intervenir la résistance au passage de l'air. En examinant la géométrie d'un matériau poreux, il est évident que le paramètre λ est principalement associé aux étranglements des pores, ces derniers étant principalement responsables des pertes visqueuses et de la valeur de la résistance au passage de l'air. Ce paramètre est donc étroitement couplé à la densité complexe car cette dernière contient les effets visqueux [Zwikk49]. Le module de

compression dynamique est quant à lui, directement influencé par les renflements des pores ($\rho_o dp/d\rho$) *i.e.* cette partie du pore contribuant le plus à la porosité du matériau poreux. Il n'est donc pas étonnant que l'on puisse prétendre que deux paramètres non-dimensionnels λ , associés à deux parties bien différentes des pores, puissent être nécessaires pour tenir compte de façon distincte des effets thermiques et visqueux. Cette hypothèse n'est pas nouvelle. Buser [Buser86] a tenté de la justifier sans trop de succès dans le cadre du modèle phénoménologique présenté par Zwicker & Kosten [Zwikk49].

Nous décrirons brièvement dans cette section un nouveau modèle que l'on appellera modèle généralisé. Ce modèle est similaire à celui de Biot-Allard mais fait intervenir deux paramètres non-dimensionnels. Certaines expressions seront reprises ici afin de regrouper les termes et de présenter une description complète du modèle.

La densité complexe $\rho_g(\omega)$ du modèle généralisé de Biot est:

$$\rho_g(\omega) = \alpha_\infty \rho_o - \frac{i\sigma\Omega}{\omega} F(\lambda), \quad (2.4.1)$$

où $F(\lambda)$ est fourni par:

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda_p \sqrt{-i} T(\lambda_p \sqrt{-i})}{1 - 2T(\lambda_p \sqrt{-i})/(\lambda_p \sqrt{-i})}. \quad (2.4.2)$$

Le paramètre non-dimensionnel λ_p spécifiquement associé à la densité complexe est fourni par:

$$\lambda_p = s_p \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2}. \quad (2.4.3)$$

Le module de compression dynamique est:

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[1 + 2(\gamma - 1) T(N_p^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_p^{1/2} \lambda_K \sqrt{-i}) \right], \quad (2.4.4)$$

où le paramètre λ_K est cette fois-ci associé au module de compression:

$$\lambda_K = s_K \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2}. \quad (2.4.5)$$

Les paramètres s_1 et s_2 représentent deux facteurs d'ajustement permettant d'obtenir deux quantités λ distinctes. Ce modèle généralisé possède donc un degré de liberté de plus que

celui de Biot-Allard. Nous verrons que parmi les modèles étudiés dans cette étude, il est le seul capable, pour certains matériaux, de fournir des résultats valables.

2.4.2 Modèle à deux longueurs caractéristiques

Une prédiction exacte de la densité et du module de compression dynamique pour un matériau poreux saturé d'un fluide Newtonnien est généralement impossible, étant donné la complexité de la géométrie des pores. Ceci explique pourquoi la majorité des modèles proposés dans la littérature sont de nature phénoménologique. Récemment, en utilisant le concept d'une longueur caractéristique, Johnson *et al.* [Johns87] ont démontré qu'il est possible de prédire exactement le comportement asymptotique en haute fréquence de la tortuosité dynamique $\tilde{\alpha}(\omega)$. Cette tortuosité dynamique est directement proportionnelle à la densité dynamique $\rho_L(\omega)$ car:

$$\rho_L(\omega) = \rho_o \tilde{\alpha}(\omega) . \quad (2.4.6)$$

Satisfaisant certaines propriétés générales, une expression simple pour la tortuosité dynamique a également été proposée par Johnson *et al.* pour le cas d'un fluide saturant considéré incompressible à l'échelle microscopique.

Afin de compléter le modèle et de tenir compte des effets thermiques, nous introduirons une nouvelle longueur caractéristique Λ' . Le comportement asymptotique "haute fréquence" du module de compression dynamique sera développé en fonction de cette nouvelle longueur caractéristique. Une expression de la dépendance fréquentielle de $K_A(\omega)$ sera ensuite obtenue à partir de l'expression de $\tilde{\alpha}(\omega)$.

a) Λ et les effets de viscosité

Notons qu'au même titre que tous les modèles présentés dans cet ouvrage, ce modèle respecte les conditions et hypothèses énoncées à la section 2.3. Considérons un matériau poreux saturé par un fluide Newtonnien, la structure du matériau étant considérée ici aussi comme rigide. L'épaisseur de couche limite δ_v est définie comme suit:

$$\delta_v = [2\eta/\rho_o\omega]^{1/2} \quad (2.4.7)$$

On fait l'hypothèse que la fréquence est suffisamment haute pour que la profondeur de peau soit beaucoup plus petite que la dimension latérale des pores. La dimension caractéristique Λ introduite par Johnson [Johns87] se définit comme suit:

$$\Lambda = 2 \int_V |v(r)|^2 dV / \int_S |v(r_w)|^2 dS , \quad (2.4.8)$$

où l'intégration au numérateur est effectuée pour tout le volume V et $v(r)$ est la vitesse microscopique du fluide dans les pores. La viscosité du fluide a peu d'influence au numérateur puisque les effets de la viscosité ne se font sentir que dans une région située près des parois des pores. En négligeant la contribution de la couche limite, on peut considérer que pour l'évaluation de l'intégrale du numérateur, la vitesse $v(r)$ est celle d'un fluide à viscosité nulle. L'intégrale au dénominateur est calculée sur la surface S des murs des pores et $v(r_w)$ représente la vitesse du même fluide à viscosité nulle estimée à la surface des pores. Notons que la quantité Λ ne dépend pas des caractéristiques du fluide. Le volume V doit être assez large pour que Λ puisse représenter une dimension statistiquement représentative du milieu. Pour un pore cylindrique droit, Λ est égal au rayon hydraulique. Le développement asymptotique "haute fréquence" de la densité complexe est [Johns87]:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \rho_\Lambda(\omega) = \alpha_\infty \rho_o [1 + (1-i)\delta_v / \Lambda] . \quad (2.4.9)$$

Ce résultat est exact [Johns87] et tout modèle (l'aspect fractal mis à part), pour être considéré comme valable, devra respecter cette limite.

b) Λ' et les effets thermiques

Afin de définir une nouvelle dimension caractéristique associée aux effets thermiques, nous utiliserons une approche similaire à celle qui a permis d'obtenir une expression pour Λ . Considérons un pore type tel que décrit à la Fig. 2.9. À une fréquence suffisamment élevée, les profondeurs de peau thermique et visqueuse sont petites de sorte que les parois des pores apparaissent localement comme des surfaces planes. Dans la couche limite près de la paroi, l'accroissement de température τ , par rapport à la température à la paroi du

pore, variera en fonction de la distance à la paroi. La quantité τ variera graduellement d'une valeur égale à zéro (à la paroi) à une valeur égale à $v'p/\kappa\gamma$ dans une région située à l'extérieur de la couche limite. En reprenant l'Éq.(2.2.7), on obtient:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \Gamma^2} - i \frac{N_{pr} \omega \rho_o}{\eta} \tau = -i \frac{v'p}{\kappa\gamma} \frac{N_{pr} \omega \rho_o}{\eta} \quad (2.4.10)$$

où Γ représente les coordonnées locales du point M situé à l'intérieur de la couche limite thermique.

On peut supposer une solution de la forme suivante:

$$\tau = \frac{v'p}{\kappa\gamma} \left\{ 1 - \exp \left[-\sqrt{i N_{pr} \omega \rho_o / \eta} \Gamma \right] \right\} . \quad (2.4.11)$$

La valeur moyenne de l'accroissement de température $\langle \tau \rangle$ dans le pore est:

$$\langle \tau \rangle = \frac{v'p}{\kappa\gamma} \left[1 - \frac{2}{\Lambda' (i N_{pr} \omega \rho_o / \eta)^{1/2}} \right] , \quad (2.4.12)$$

où Λ' est une longueur caractéristique spécifiquement associée aux effets de température.

La quantité Λ' est définie comme suit:

$$\Lambda' = 2 \int_V dV / \int_S dS . \quad (2.4.13)$$

L'Éq. (2.4.12) est semblable à l'Éq. (2.4.8) sauf que les éléments de volume et de surface ne sont pas pondérés par la vitesse locale du fluide. La longueur caractéristique Λ' est égale à deux fois le rapport du volume sur la surface d'un pore. La valeur moyenne de l'accroissement de densité $\langle \delta \rangle$ est:

$$\langle \delta \rangle = \frac{\rho_o}{P_o} p - \frac{\rho_o}{T_o} \langle \tau \rangle , \quad (2.4.14)$$

où T_o représente la température à l'équilibre du fluide. On peut alors calculer la limite "haute fréquence" du module de compression $K_A(\omega)$ du fluide dans le matériau poreux qui est:

$$K_A(\omega) = \gamma P_o / \left\{ \gamma - (\gamma - 1) \left[1 - \frac{(1-i) \delta_v}{N_{pr}^{1/2} \Lambda'} \right] \right\} , \quad (2.4.15)$$

où δ_v est fourni par l'Éq. (2.4.7).

c) La dépendance fréquentielle de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$

Johnson *et al.* [Johns87] suggèrent l'expression suivante pour $\rho_A(\omega)$:

$$\rho_A(\omega) = \alpha_\infty \rho_o \left[1 - \frac{i\sigma\Omega}{\alpha_\infty \rho_o \omega} \left(1 + \frac{4 i \alpha_\infty^2 \eta \rho_o \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \Omega^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.4.16)$$

Cette équation respecte la dépendance fréquentielle des deux premiers termes du résultat exact en haute fréquence fourni par l'Éq. (2.4.9), mais seulement un terme pour la limite "basse fréquence". En effet, la limite asymptotique en haute fréquence de l'Éq. (2.4.15) est exactement égale à l'Éq. (2.4.9). Lorsque la fréquence tend vers zéro, l'Éq. (2.4.15) devient:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \rho_A(\omega) = \rho_o \left[-\frac{i\sigma\Omega}{\rho_o \omega} + \alpha_\infty \left(1 + \frac{2\alpha_\infty \eta}{\sigma \Lambda^2 \Omega} \right) \right]. \quad (2.4.17)$$

L'équation de Newton est:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \left[\sigma \Omega + i \rho_o \omega \alpha_\infty \left(1 + \frac{2\alpha_\infty \eta}{\sigma \Lambda^2 \Omega} \right) \right] v. \quad (2.4.18)$$

À l'ordre zéro, l'Éq. (2.4.17) devient:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \sigma \Omega v. \quad (2.4.19)$$

On démontre ainsi qu'en basse fréquence, l'Éq. (2.4.15) fournit un seul terme associé à la résistance au passage de l'air. Une relation existe entre σ , Ω , Λ , et α_∞ et elle peut prendre la forme suivante:

$$\Lambda = s_3 \left[\frac{8 \alpha_\infty \eta}{\sigma \Omega} \right]^{1/2}, \quad (2.4.20)$$

où s_3 est un paramètre dont la valeur peut être ajustée, qui dépend de la géométrie des pores et dont la valeur varie typiquement entre 1 et 1/4 pour la plupart des matériaux [Johns87]. Pour un matériau composé de pores cylindriques, Λ peut être calculé exactement en utilisant l'Éq. (2.4.8) car la pondération associée à la vitesse n'a pas d'effet. Dans ce cas, $\Lambda = \Lambda'$ = le rayon hydraulique. Pour le cas particulier d'un pore cylindrique circulaire, en combinant les Éqs. (2.4.17), (2.4.19, et en sachant que $\Lambda = \Lambda'$ et $s_3 = 1$, on trouve:

$$\rho_A(\omega) = \rho_o \left[-\frac{i\sigma\Omega}{\rho_o\omega} + 1.5 \alpha_\infty \right] \quad (2.4.21)$$

$\omega \rightarrow 0$

Il est bien connu que pour un pore cylindrique circulaire, la valeur exacte de la partie réelle de $\rho_A(\omega)$, lorsque la fréquence tend vers zéro, est égale à $4/3 \alpha_\infty$. L'Éq. (2.4.20) introduit donc un faible biais pour cette partie réelle. Cette erreur n'est généralement pas importante car la partie imaginaire de $\rho_A(\omega)$ dans cette région du spectre domine nettement. Comme il a déjà été mentionné [Johns87], il ne semble pas exister de modèle rigoureux permettant d'obtenir la bonne dépendance fréquentielle en basse fréquence fournie par les deux premiers termes de $\rho_A(\omega)$.

Pour un matériau composé de pores cylindriques identiques, nous avons montré à la section 2.2.1 que grâce aux Éqs. (2.2.12) et (2.2.13), il existe une relation directe entre $\rho_A(\omega)$ et $K_A(\omega)$. Utilisant cette approche et l'Éq. (2.4.15), on obtient:

$$K_A(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 - \frac{i\sigma\Omega}{\alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega} \left(1 + \frac{4 i \alpha_\infty^2 \eta \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \Omega^2} \right)^{1/2}} \right] \quad (2.4.22)$$

où Λ est fourni par l'Éq. (2.4.19). Pour un matériau poreux "réel", Λ' est différent de Λ et cette dernière variable dans l'Éq. (2.4.21) doit être remplacée par Λ' afin d'obtenir la valeur juste pour la limite asymptotique fournie par l'Éq. (2.4.14). De plus, afin de représenter $K_A(\omega)$ en basse fréquence et aux fréquences intermédiaires, σ doit être remplacé par une quantité σ' , laquelle n'est pas connue *a priori* pour la plupart des matériaux poreux "réels". Comme nous l'avons déjà mentionné, les pertes visqueuses apparaissent essentiellement aux étranglements des pores et les effets thermiques sont commandés par le comportement du fluide aux renflements. Ainsi, on peut poser que $\sigma' \leq \sigma$. L'expression du module de compression dynamique s'exprime alors comme suit:

$$K_A(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 - \frac{i\sigma'\Omega}{\alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega} \left(1 + \frac{4 i \alpha_\infty^2 \eta \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma'^2 \Lambda'^2 \Omega^2} \right)^{1/2}} \right] \quad (2.4.23)$$

où Λ' est fourni par:

$$\Lambda' = s_4 \left[\frac{8 \alpha_\infty \eta}{\sigma \Omega} \right]^{1/2} . \quad (2.4.24)$$

CHAPITRE III

3.0 DÉVELOPPEMENT DES APPAREILS DE MESURE

3.1 Généralités

Dans ce chapitre, nous décrirons en détail chacun des appareils de mesure qui nous ont permis d'évaluer les paramètres physiques et acoustiques de différents matériaux absorbants. Dans le cadre de cette étude, le développement de ces appareils a nécessité des efforts considérables et c'est pourquoi nous lui consacrons une partie importante de ce document.

Un des objectifs principaux de cette étude est d'étudier le comportement de différents modèles théoriques, proposés dans la littérature et décrits au chapitre I, en les comparant avec des données expérimentales de qualité. À notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature scientifique de données complètes et précises qui fournissent à la fois les caractéristiques physiques et acoustiques des matériaux poreux. À titre d'exemple, Attenborough [Atten87] dans un récent article, ne semble pas avoir eu d'autre choix que d'utiliser des données tirées d'un article datant des années 1950 [Ferra51], pour confronter le modèle qu'il présentait. Ces données ne fournissent pas la tortuosité des échantillons testés et couvrent une gamme de fréquence peu étendue. Plona *et al.* [Plona80], [Plona82],[Johns82] ont étudié et caractérisé des matériaux fabriqués avec des

billes, des produits de céramique utilisés pour la filtration, et des matériaux poreux fabriqués à partir de la technologie des poudres métalliques. Ces travaux ont cependant été menés avec des objectifs bien différents des nôtres (dans la gamme de fréquence ultrasonique) de sorte que certaines informations qui auraient pu nous être utiles ne sont pas disponibles.

Avec si peu de données expérimentales de qualité, force est de constater qu'il devient presque impossible d'évaluer la qualité et l'exactitude des différents modèles théoriques proposées dans la littérature et d'évaluer la pertinence des hypothèses de base. Afin de combler ce manque, nous avons dû mettre au point toute une série d'appareils de mesure de haute précision afin d'évaluer expérimentalement le plus grand nombre de paramètres soit:

- la résistance au passage de l'air,
- la porosité,
- la tortuosité,
- l'impédance caractéristique,
- la constante de propagation.

La précision des mesures a été pour nous le principal critère de conception. C'est ce critère qui a dicté la conception de tous les instruments, la rapidité des techniques étant reléguée au second plan.

Les mesures acoustiques ont été effectuées en tube de Kundt car cette approche est sans nul doute celle qui permet d'obtenir les valeurs les plus précises. En effet, les techniques de mesure en tubes ont fait l'objet de nombreuses études et plusieurs normes ont même été écrites [ASTM88] [ASTM86]. La technique du tube de Kundt a cependant un inconvénient majeur; les échantillons doivent être coupés et insérés dans un tube. La structure, le squelette de l'échantillon ne peut donc pas vibrer librement car il est en contact avec la paroi du tube. Ceci ne constitue cependant pas un inconvénient en ce qui

nous concerne car les matériaux utilisés ont une structure rigide. Le choix d'une technique en tube a permis par ailleurs, de s'affranchir des problèmes reliés à la manipulation des échantillons. En effet, chaque échantillon a été inséré dans un porte échantillon (voir Fig. 3.1) qui peut s'adapter à tous les appareils. L'utilisation d'un porte échantillon est très avantageux car il minimise les manipulations du matériau et assure ainsi que ses propriétés restent inchangées pour toutes les mesures. De nombreuses précautions ont été prises afin de s'assurer qu'il n'y ait pas de fuites entre la paroi de l'échantillon et celle du porte échantillon. Chaque échantillon est enveloppé dans une pellicule de plastique mince préalablement enduite d'une mince pellicule de graisse. En effectuant le vide à l'intérieur du matériau au moyen d'un tuyau flexible installé à une extrémité de l'échantillon, la pellicule se colle parfaitement à l'échantillon. Tout en continuant à faire le vide, on insère l'échantillon à l'intérieur du porte échantillon en prenant soin d'enduire l'extérieur de la pellicule d'une généreuse couche de graisse. Cette graisse occupe donc tout l'espace entre la paroi du porte échantillon et la mince pellicule de plastique et minimise ainsi les risques de fuite.

3.2 Mesures des quantités non acoustiques

3.2.1 La résistance au passage de l'air

La résistance au passage de l'air σ est une quantité utilisée depuis fort longtemps en acoustique [Beran42] [Bies80]. Une norme est même disponible pour cette mesure [ASTM80]. Elle permet de caractériser la résistance à l'écoulement des matériaux poreux et elle est définie comme suit:

$$\sigma = \frac{\nabla p}{Q_v} \frac{A}{\ell}, \quad (3.2.1)$$

où ∇p représente la perte de pression au travers du matériau, Q_v le débit volumique d'un écoulement laminaire constant traversant le matériau, A la surface de la section du matériau et ℓ la longueur de l'échantillon.

Figure 3.1 Description de la technique d'insertion d'un échantillon dans un porte échantillon.

a) Le principe

La technique de mesure de la résistance au passage de l'air utilisée dans cette étude est celle développée par Stinson [Stins88]. Elle est de nature comparative *i.e.* qu'elle utilise un élément calibré mis en série avec l'échantillon. Le principe est en effet équivalent à celui d'un diviseur de voltage. Tel qu'illustré à la Fig. 3.2, le premier élément ayant une résistance connue et calibrée R_c est utilisé comme référence. Le deuxième élément R_x représente la résistance inconnue *i.e.* celle de l'échantillon. Un débit d'air constant (d.c.) est établi et le même débit traverse les deux éléments en série. Les différences de pression p_c et p_x sont mesurées et la valeur de la résistance de l'échantillon est:

$$R_x = R_c p_x / p_c . \quad (3.2.2)$$

À partir de la valeur de la résistance, σ se calcule comme suit:

$$\sigma = R_x A / \ell . \quad (3.2.3)$$

La résistance calibrée R_c utilisée dans le système est un élément conçu pour des écoulements laminaires de sorte que sa résistance ne change pas en fonction du débit le traversant. La résistance inconnue R_x pourrait éventuellement se comporter de façon non-linéaire. Cependant, aux faibles débits utilisés, la plupart des matériaux acoustiques se comportent de façon linéaire [Brown42].

Figure 3.2 Éléments de base pour la mesure de la résistance au passage de l'air.

b) Le système

Les Figs. 3.3 et 3.4 illustrent le système expérimental utilisé. De l'air comprimé est fourni à un débitmètre (MKS 258B Flow meter) qui contrôle le débit au moyen d'une

Figure 3.3 Schéma du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air.

valve de contrôle (MKS 248B). Le débit peut être ajusté entre 0 et $1.67 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. La résistance calibrée R_c est de $105.1 \text{ g cm}^{-4} \text{ s}^{-1}$ à 22°C avec une incertitude sur la calibration de cet élément de l'ordre de $\pm 0.5\%$. Les différences de pression aux bornes de la résistance calibrée et de l'échantillon sont mesurées avec des capteurs de pression différentielle MKS 398. La pression maximale que peut mesurer ces capteurs est de 1 mm Hg avec une résolution de 10^{-6} mm Hg . Les appareils de contrôle MKS 270B et MKS 274 permettent d'alimenter les capteurs et d'afficher les valeurs mesurées.

En tenant compte des limites de fonctionnement des différentes composantes du système, il est possible de déterminer une plage utile pour cet appareil. Cette plage est identifiée à la Fig. 3.5 en fonction du débit et de la résistance mesurée. Les points de mesure situés à l'intérieur de la partie ombragée la plus foncée ont une incertitude absolue inférieure à 1.6%.

3.2.2 La porosité

La porosité est définie comme étant la quantité d'air contenu dans un matériau poreux par unité de volume du matériau. Comme nous l'avons constaté au chapitre 2, la porosité est un paramètre clef utilisée par la plupart des modèles décrivant le comportement acoustique des matériaux poreux. Beranek [Beran42] décrit un appareil de mesure de la

Figure 3.4 Photographie du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air.

Figure 3.5 Plage utile du système pour la mesure de la résistance au passage de l'air.

porosité dont le principe repose sur l'équation d'état d'un gaz idéal (Loi de Boyle). Une mesure à température constante, du changement de pression de l'air pour un changement connu du volume du réservoir dans lequel est placé l'échantillon, permet d'évaluer la porosité. L'appareil de Beranek utilise un manomètre en U rempli de liquide pour la mesure à la fois de la pression et du volume déplacés. En se basant sur le même principe, nous décrirons dans cette section un nouvel appareil qui a été développé pour améliorer la précision de mesure et qui permet de s'affranchir de l'utilisation de liquide. Nous exposons dans cette section les principes généraux de cet appareil et nous invitons le lecteur à consulter l'article de Champoux [Champ90], pour obtenir plus de détails relativement à la conception et la calibration de cet appareil.

a) Le principe

Considérons le schéma illustré à la Fig. 3.6 où un échantillon est placé dans une chambre de mesure scellée.

Figure 3.6 Schéma de base pour la mesure de la porosité.

La porosité Ω est le rapport du volume d'air V_a des pores interconnectés d'un échantillon, divisé par le volume total V_t occupé par l'échantillon:

$$\Omega = V_a / V_t . \quad (3.2.4)$$

Le volume total de l'échantillon est:

$$V_t = V_a + V_m , \quad (3.2.5)$$

où V_m représente le volume occupé par la partie solide de la structure du matériau poreux.

Le volume total d'air contenu dans la chambre de mesure est $V' = V_o + V_a$ où V_o est le volume d'air extérieur à l'échantillon car ce dernier n'occupe pas tout le volume de la chambre. Initialement, la chambre est à la pression atmosphérique. Si le volume de la chambre est modifié (en changeant la position du piston) d'une valeur égale à ΔV , la pression changera d'une valeur $\Delta P'$. Pour une expansion de l'air considérée ici isothermique (dans l'hypothèse que l'air est un gaz idéal),

$$P_o V' = (P_o + \Delta P')(V' + \Delta V) . \quad (3.2.6)$$

La mesure d'un changement de pression $\Delta P'$, connaissant P_o et ΔV , permet de déterminer le volume total V' :

$$V' = - \frac{P_a + \Delta P'}{\Delta P'} \Delta V \quad . \quad (3.2.7)$$

L'air contenu dans l'échantillon V_a est:

$$V_a = V' - V_o \quad . \quad (3.2.8)$$

Connaissant le volume total V_t occupé par l'échantillon, la porosité Ω peut donc être calculée avec l'Éq. (3.2.4). L'Éq. (3.2.7) est valide pour un système idéal. Pour un appareil réel, le calcul doit être modifié afin de tenir compte du comportement réel des différentes composantes. À la section suivante, nous présenterons le système expérimental utilisé ainsi que les modifications apportées à la modélisation du système. Il est à noter qu'une variable suivie du symbole apostrophe (') représente obligatoirement une quantité idéale. Un symbole n'ayant pas d'apostrophe peut représenter soit une quantité idéale ou une quantité réelle.

b) Le système

Les Figs 3.7 et 3.8 montrent le système de mesure développé pour évaluer expérimentalement la porosité. Le porte échantillon contenant le matériau poreux est fixé de façon étanche au système. On impose une variation du volume d'air à l'intérieur au système au moyen d'un piston entraîné par un micromètre de précision. Le piston glisse au centre d'un joint d'étanchéité torique. Le diamètre du piston est de $0.3965 \text{ cm} \pm 0.0002 \text{ cm}$ et il peut être déplacé sur une distance maximale de 2.5 cm avec une précision de $\pm 0.0001 \text{ cm}$. Un changement de volume total de 0.309 cm^3 peut être obtenu.

La variation de pression interne du système est mesurée à l'aide d'un capteur de pression différentiel MKS 398 identique à ceux utilisés pour la mesure de la résistance au passage de l'air. Ce capteur mesure la différence de pression entre l'intérieur du système et un réservoir. Ce réservoir est utilisé afin d'isoler le système des fluctuations de la pression atmosphérique. Le signal fourni par le capteur est digitalisé et transmis à un ordinateur. Afin de garder la température constante, les tubes ainsi que le porte échantillon sont recouverts d'une mousse isolante. Une pièce de bronze est fixée à l'extrémité

Figure 3.7 Système pour la mesure de la porosité.

inférieure du porte échantillon afin de fermer de façon hermétique cette extrémité. Étant donné sa grande capacité thermique, cette pièce de bronze sert également à stabiliser la température du système.

Lors d'un test, la pression est enregistrée de façon continue sur une période de 90 secondes. La première étape consiste à fermer les valves afin d'isoler le système des variations atmosphériques. Le déplacement du piston est déclenché à environ 25 secondes après la fermeture des valves. Typiquement, cinq à quinze secondes sont nécessaires pour déplacer le piston. La Fig. 3.9 illustre une variation typique de la pression en fonction du temps. Comme on peut le constater, au temps $t = 0$, la pression n'est pas égale à zéro. Une légère dérive de la pression avant et après le mouvement du piston peut également être remarquée. Cette dérive est principalement associée à une variation de température provoquée par l'apport de chaleur fourni par l'élément chauffant du capteur.

Figure 3.8 Photographie du système pour la mesure de la porosité.

Figure 3.9 Variation de la pression en fonction du temps lors d'une mesure de porosité.

Afin de tenir compte de ces caractéristiques propres au système, des droites sont ajustées (régression linéaire) respectivement aux points expérimentaux situés avant et après le régime transitoire. En extrapolant ces droites dans la zone transitoire, la variation de pression ΔP est trouvée à un point situé au centre de cette zone.

Connaissant la valeur de ΔP , un volume apparent V peut être calculé:

$$V = -\frac{P_o + \Delta P}{\Delta P} \Delta V \quad (3.2.9)$$

Ce V est défini de façon parallèle à V' de l'Éq. (3.2.7). La valeur V est cependant très différente de V' car le comportement de plusieurs éléments du système doit être pris en compte. Lors d'un test, le diaphragme du capteur se déformera légèrement; ce qui aura pour effet de modifier la valeur du changement de pression de la chambre $\Delta P'$. Ce déplacement est faible mais comme le volume interne du système est lui aussi faible, son effet est non négligeable. Les joints d'étanchéité (l'anneau d'étanchéité et tous les joints de raccord) peuvent également se déplacer lors d'un test et affecter la mesure de pression. Le volume V n'est donc pas un volume réel car dans l'Éq. (3.2.9), la valeur de ΔP est

biaisée par le comportement du système. Afin de tenir compte de ce biais, une procédure de calibration est utilisée (voir [Champ90] pour plus de détails).

-- Procédure de calibration

Considérons un volume V mesuré expérimentalement avec l'Éq. (3.2.9). Le volume d'air dans l'échantillon V_a est calculé comme suit:

$$V_a = V - V_e, \quad (3.2.10)$$

où V_e est un volume effectif. Plusieurs porte échantillons vides, dont le volume est connu précisément, sont installés sur le système. Pour chaque porte échantillon et pour différentes différences de pression, le volume effectif est calculé ($V - V_a$) où V_a est ici le volume du porte échantillon vide (porosité = 1). Pour des valeurs de ΔP comprises entre 0.3 et 1.0 mm Hg, le volume résiduel, comme illustré à la Fig. 3.10, est pratiquement constant et indépendant de ΔP et V_a . Le volume résiduel V_e a été estimé à $28.7 \text{ cm}^3 \pm 0.2 \text{ cm}^3$.

Afin de déterminer la plage utile de ce système, la gamme dynamique et les incertitudes de mesure de chaque élément doivent être examinées. Une description détaillée de cette étude a déjà été présentée par Champoux *et al* [Champ90]. Tenant compte de tous ces facteurs, la Fig. 3.11 montre la plage utile du système développé. Connaissant le volume de l'échantillon et la porosité, on peut déterminer l'incertitude associée à la mesure de la porosité. En choisissant adéquatement le volume de l'échantillon, cette incertitude peut être réduite à une valeur inférieure à 1%. Un élément important pour le calcul de l'incertitude totale est la valeur de l'incertitude sur le volume total V_t . Pour la Fig. 3.11, on suppose que cette incertitude est inférieure à $\pm 0.8 \text{ cm}^3$. Cette valeur peut être sous estimée dans certains cas surtout si la surface et la section de l'échantillon ne sont pas bien régulières.

Figure 3.10 Évaluation du volume effectif pour l'étalonnage de l'appareil de mesure de la porosité.

Figure 3.11 Plaque utile pour la mesure de la porosité exprimée en fonction du volume total de l'échantillon et de la porosité.

3.2.3 La tortuosité

La tortuosité est un paramètre utilisé depuis peu en acoustique. La définition même du terme tortuosité ne fait pas l'unanimité. Zwikker et Kosten [Zwikk49] dans leur fameux livre "Sound Absorbing Materials" parlent d'un facteur de forme k_s ("structure factor") qui est partiellement relié à la géométrie interne du matériau poreux. Carman [Carma56] fut l'un des premiers à traiter de la façon de mesurer la tortuosité. Carman définit la tortuosité (voir la Fig. 3.12) comme le rapport entre la longueur développée ℓ_e moyenne d'une ligne de courant joignant les deux extrémités du matériau, divisée par l'épaisseur du matériau *i.e.* ℓ_e/ℓ . Il définit par ailleurs plus loin dans son ouvrage un facteur de tortuosité ("tortuosity factor") comme étant le carré de cette quantité. Cette double définition se retrouve dans plusieurs ouvrages. Par exemple, Scheidegger [Schei74] utilise la première définition de la tortuosité, Dullien [Dulli79], la deuxième tandis que Bourbier *et al.* [Bourb25] utilisent les deux.

Figure 3.12 Ligne de courant traversant un matériau poreux.

Attenborough [Atten83] en se basant sur les travaux de Zwikker et Kosten, identifie la tortuosité comme étant $1/\cos \theta$ pour un matériau constitué de pores parallèles faisant un angle θ avec la surface. Notons que ceci est un cas particulier de la définition de Carman.

Dans ce document, nous utiliserons le terme "facteur de sinuosité" q^2 qui sera égal à $1/\cos^2 \theta$ pour un matériau à pores droits.

Il faut noter que toutes les définitions présentées au paragraphe précédent, sont plutôt de nature géométrique *i.e.* que l'on cherche à visualiser le cheminement sinueux d'une onde en considérant un parcours moyen. En relation avec la théorie de Biot [Biot56], Johnson *et al* [Johns82a] [Johns82b] ont récemment utilisé le paramètre tortuosité α_∞ en adoptant une approche très différente. Ils ont en effet identifié que pour deux milieux s'interpénétrant (un fluide et une structure solide poreuse), la tortuosité est associée à la partie inertielle de la force de couplage entre le fluide et le solide. Cette force provient du fait que, lorsque le fluide est accéléré relativement au solide, il doit contourner de façon sinieuse le solide. Le couplage est similaire à l'effet de masse ajoutée dans l'étude d'un obstacle placé dans un écoulement fluide. Pour ces auteurs, la tortuosité est un paramètre purement géométrique, indépendant des caractéristiques du fluide.

Cette dernière définition de la tortuosité, liée à un phénomène dynamique, est *a priori* différente de celle définie par Carman *et al*, liée uniquement à la description du milieu poreux. En réalité cependant, ces deux quantités sont de même ordre de grandeur car c'est bien de la même caractéristique géométrique dont il s'agit [Bourb86].

Reprenant les travaux de Brown [Brown80], Johnson et Sen [Johns88] ont établi théoriquement, l'équivalence entre le problème de la conductivité électrique d'un matériau homogène, rigide, isotrope, saturé d'un liquide conducteur et le problème hydrodynamique posé par un fluide idéal se déplaçant dans le même matériau. Ils ont également démontré expérimentalement [Johns82a], que la tortuosité mesurée par une mesure de conductivité électrique ou mesurée par l'index de réfraction du Superfluid ^4He , conduit au même résultat.

Il existe donc deux approches pour mesurer la tortuosité. Nous avons adopté la technique basée sur la mesure de la conductivité électrique car elle est de loin, la plus simple à

mettre en oeuvre. Nous décrirons dans les sections suivantes cette technique et certains raffinements que nous lui avons apportés afin d'obtenir des résultats les plus précis possible.

a) Le principe

Dans le domaine de la géophysique, on s'intéresse grandement aux relations qui existent entre la perméabilité k ($k = \sigma/\eta$) des roches poreuses et leurs conductivités, lorsqu'elles sont saturées par un liquide conducteur [Bourb86]. La technique de la mesure de la conductivité est donc fréquemment utilisée dans ce domaine. La conductivité σ_p d'un milieu poreux non conducteur saturé par un fluide ayant une conductivité σ_f , est caractérisée par un facteur de formation F_f égal à:

$$F_f = \sigma_f / \sigma_p . \quad (3.2.11)$$

Une relation empirique très utile, appelée loi d'Archie [Archi41], relie le facteur de formation à la porosité du milieu poreux:

$$F_f = \Omega^{-n} , \quad (3.2.12)$$

où n peut varier typiquement de 1.3 à 4 en fonction du degré de consolidation de la structure et de d'autres facteurs. À titre d'exemple, pour un matériau formé d'un assemblage de sphères, une solution exacte est obtenue avec $n = 3/2$.

Il peut être démontré [Brown80] que ce facteur de formation est relié à la tortuosité via l'équation suivante:

$$\alpha_\infty = F_f \Omega . \quad (3.2.13)$$

Cette équation peut également être obtenue en utilisant le modèle d'un matériau à géométrie simple tel que celui illustré à la Fig. 3.13. Un porte échantillon (non conducteur) de longueur ℓ ayant une section A , est rempli d'un électrolyte de conductivité σ_f . Deux électrodes connectées à une source de voltage sont placées aux extrémités du porte échantillon et font passer un courant électrique dans le liquide.

Figure 3.13 Éléments de base de la technique de mesure de la tortuosité.

La résistance électrique R_f offerte par le fluide et mesurée aux bornes des électrodes est:

$$R_f = \frac{\ell}{\sigma_f A} \quad (3.2.14)$$

Un matériau (Fig. 3.13(b)) ayant un seul pore de section A_p et de longueur développée ℓ_p est placé dans le même porte échantillon. Le même liquide conducteur sature le pore et on présuppose que la structure du matériau n'est pas conductrice. La résistance du matériau (résistance offerte par le liquide car le courant ne peut emprunter que ce chemin) lue aux bornes des électrodes est dans ce cas:

$$R_p = \frac{\ell_p}{\sigma_f A_p} \quad (3.2.15)$$

La porosité de ce matériau est:

$$\Omega = \frac{\ell_p A_p}{\ell A} \quad (3.2.16)$$

En utilisant la formulation de Carman, on obtient:

$$\alpha_\infty = \left[\frac{\ell_p}{\ell} \right]^2 \Omega = \frac{R_p}{R_f} \Omega = \frac{\sigma_f}{\sigma_p} \Omega = F_f \Omega \quad (3.2.17)$$

Pour un matériau contenant N pores, $\Omega = N \ell_p A_p / \ell A$ et $R_p = \ell_p / N \sigma_f A_p$ de sorte que l'Éq. (3.2.16) reste valide. La tortuosité s'obtient donc par deux mesures de résistance électrique et par la mesure de la porosité.

b) Le système

Le système utilisé pour la mesure de la tortuosité est illustré aux Figs 3.14, 3.15, et 3.16. L'appareil est composé d'un porte échantillon aux extrémités desquelles viennent s'ajouter deux cavités cylindriques ayant un diamètre interne égal à celui du porte échantillon (4.47 cm). Cet ensemble sera dorénavant appelé cellule. Les électrodes de courant (en AgAgCl) sont installées aux deux extrémités de la cellule et ne servent qu'à établir un courant électrique. Trois fils d'argent de 0.25 mm de diamètre traversent les cellules et assument le rôle d'électrodes de mesure. L'électrolyte utilisé est une solution de NaCl avec une concentration de 6.4g/l.

Contrairement à ce qui avait été montré à la Fig. 3.13, les électrodes de courant ne sont pas en contact avec l'échantillon et la résistance électrique n'est pas mesurée aux bornes de ces électrodes. Ceci permet de s'affranchir de plusieurs problèmes importants. En effet, aux bornes d'une électrode utilisée pour établir un courant dans une solution, certaines réactions électrochimiques s'établissent et créent une résistance électrique localisée à la frontière liquide-solide. La valeur de cette résistance est principalement fonction de la nature de l'électrode, de l'électrolyte ainsi que de la quantité de courant mis en jeu. La mesure de la résistance de la cellule évaluée aux bornes des électrodes de courant prend en compte cette résistance parasite; ce qui a pour conséquence de fausser la mesure. En utilisant des électrodes de mesure (fils d'argent dont le seul rôle est de mesurer un voltage) branchées à un appareil doté d'une impédance électrique très grande, on minimise l'importance des résistances parasites pouvant apparaître aux bornes de ces électrodes. L'utilisation d'électrodes de mesure permet également d'assurer un excellent contact entre l'électrode et l'électrolyte à l'intérieur des pores [El-Sa79].

Figure 3.14 Schéma de la cellule électrolytique pour la mesure de la tortuosité.

Figure 3.15 Photographie représentant l'appareil de mesure de la tortuosité.

Figure 3.16 Schéma du système de mesure de la tortuosité.

Lorsque l'électrode de courant est placée directement en contact avec les surfaces de l'échantillon, il se peut qu'à cause de l'irrégularité de sa surface, il y ait des zones où l'électrode ne touche pas à la structure créant ainsi des poches d'électrolyte. En assurant le contact via l'électrolyte, on résout ce problème.

Une source de voltage est branchée aux électrodes de courant et fournit un courant alternatif à une fréquence de 5000 Hz. Un ampèremètre mesure la quantité de courant; ce qui permet d'évaluer la puissance électrique dissipée par le système et de s'assurer ainsi qu'il n'y ait pas d'échauffement de l'électrolyte. La température de l'électrolyte affecte en effet sa résistance électrique. Sa température doit donc être gardée constante pour éviter une dérive de la mesure. Les valeurs de voltage et de courant typiquement utilisées sont respectivement 100 mV et 120 μ A.

Le système présenté ici permet d'acquérir toutes les mesures presque simultanément. La dérive des mesures est donc minimisée et il n'est pas nécessaire de connaître *a priori* la conductivité du fluide. Seulement deux valeurs de tension aux bornes des électrodes sont nécessaires. Ces tensions sont mesurées par un "Lock-in amplifier".

Considérons la cellule illustrée à la Fig. 3.14. Les distances entre les électrodes et la surface du matériau sont: $\ell_1 = 5.13$ cm, $\ell_2 = 3.28$ cm, $\ell_3 = 1.99$ cm. Sachant que le même courant traverse toute la cellule et que la position de chaque électrode par rapport aux surfaces de l'échantillon est connue, la tortuosité peut être calculée comme suit:

$$\alpha_{\infty} = \left[\frac{V_2}{V_1} \frac{\ell_1}{\ell} - \frac{(\ell_2 + \ell_3)}{\ell} \right] \Omega . \quad (3.2.18)$$

- Procédure de saturation

Un des problèmes inhérents à cette technique est la possibilité que le matériau ne soit pas complètement saturé d'électrolyte. La présence de bulle d'air peut grandement fausser la mesure du voltage V_2 . Afin de minimiser ce problème, une technique de saturation sous vide est utilisée. La Fig. 3.16 illustre cette technique. Dans un premier temps, tout

le liquide est recueilli dans le réservoir fermé et la pompe est mise en marche. Ceci permet entre autres de dégazer l'électrolyte. Le boyau flexible entre le réservoir est ensuite pincé (pour empêcher tout passage de liquide) de sorte que la pompe puisse évacuer le plus possible l'air emprisonné dans la cellule et créer un vide de l'ordre de 50 millitorr. Le réservoir est ensuite soulevé au-dessus de la cellule et le boyau est débloqué. Le liquide peut ainsi remplir la cellule et saturer complètement l'échantillon.

- Vérification du bon fonctionnement de l'appareil

Afin de s'assurer du bon fonctionnement du système, plusieurs tests ont été effectués. Deux échantillons de calibration ont été fabriqués. À partir d'une pièce solide d'acrylique, des trous faisant un angle fixe par rapport à la surface ont été percés. Le premier échantillon est doté de 115 trous de 1/16 pouces de diamètre avec un angle de 30°. Le deuxième a 67 trous également de 1/16 pouces de diamètre et l'angle est de 45°. La longueur des échantillons est la même soit 1.905 cm. La tortuosité de ces deux échantillons est connue ($1/\cos^2 \theta$). Pour l'échantillon de 30°, la valeur théorique est 1.333 et la valeur mesurée est 1.35 ± 0.02 . Pour l'échantillon de 45°, la valeur théorique est 2.0 et la valeur mesurée est 1.96 ± 0.03 . La très bonne concordance de ces résultats confirme le bon fonctionnement du système. Nous avons également examiné l'influence de la conductivité de l'électrolyte et de la fréquence du signal utilisé. La Fig. 3.17 montre la valeur de la tortuosité pour l'échantillon à 30° en fonction de la conductivité de l'électrolyte et on peut constater qu'elle a peu d'influence sur la mesure. La Fig. 3.18 montre la valeur de la tortuosité en fonction de la fréquence. Ici également, on constate que la mesure de la tortuosité est peu sensible à la fréquence du signal électrique.

La précision de la mesure de la tortuosité peut être influencée par plusieurs facteurs. Les électrodes de mesure doivent être précisément localisées par rapport à la surface de l'échantillon et les deux électrodes de chaque côté de l'échantillon doivent être situées le plus près possible de sa surface. Évidemment, la précision de la mesure du voltage a une

Figure 3.17 Variation de la tortuosité mesurée en fonction de la conductivité de l'électrolyte.

Figure 3.18 Variation de la tortuosité en fonction de la fréquence du voltage aux bornes des électrodes de courant.

influence directe sur la précision de la mesure de α_∞ . Nous avons estimé, après calibration du "Lock-in amplifier", que l'erreur associée au rapport des voltages est de 0.17%. La mesure de α_∞ fait directement intervenir la porosité. Toute erreur sur cette quantité se répercutera directement sur l'erreur de α_∞ . Pour le système considéré et en tenant compte de tous ces facteurs, nous estimons que la tortuosité peut être mesurée avec une précision de 1.5%.

3.3 Mesures acoustiques

3.3.1 Introduction

L'ensemble des mesures acoustiques a été effectué en tube de Kundt ou tube à onde stationnaire. Cette approche a été préférée aux techniques en champ libre parce que les techniques en tube ont été largement étudiées et que par conséquent, la documentation est abondante. La technique en tube fait par ailleurs l'objet de plusieurs standards [ASTM86] [ASTM88] et elle est probablement la seule qui permet, de façon précise, d'effectuer des mesures en basse fréquence (50 Hz).

Les propriétés acoustiques des matériaux à structure rigide sont complètement définies par la connaissance de l'impédance caractéristique $Z(\omega)$ et de la constante de propagation $m(\omega)$. Ces deux quantités complexes seront dans cet ouvrage, considérées comme les caractéristiques acoustiques de base du matériau que nous tenterons de mesurer le plus précisément possible. Il est intéressant de noter que les techniques de mesure décrites dans cette section utilisent l'information fournie par un seul type de capteur soit la pression acoustique. Par ailleurs, elles utilisent toutes comme valeur intermédiaire, l'impédance de surface Z_s . Nous verrons, dans un premier temps, comment il est possible d'obtenir cette impédance de surface grâce à deux techniques différentes mais complémentaires. Nous verrons ensuite comment l'utilisation d'une ou plusieurs valeurs d'impédance de surface couplées avec une mesure de pression supplémentaire peut nous permettre d'évaluer $Z(\omega)$ et $m(\omega)$.

3.3.2 Impédance de surface

L'impédance de surface Z_s est définie dans ce document comme le rapport complexe de la pression acoustique p et de la composante normale à un plan donné de la vitesse volumique spécifique u . Le plan représente ici la surface du matériau. La quantité Z_s est aussi appelée impédance acoustique spécifique normale. Notons que l'axe normal définissant le signe de la vitesse est orienté vers le matériau comme montré à la Fig. 3.19.

Figure 3.19 Éléments de base du tube de Kundt. Les deux techniques pour la mesure de l'impédance de surface sont montrées: la méthode par exploration de l'onde stationnaire au moyen d'une sonde mobile, ou par la méthode TMTC qui utilise les deux microphones m_1 et m_2 .

a) Par exploration de l'onde stationnaire (technique classique)

• Le principe

L'exploration d'une onde stationnaire établie dans un tube peut être considérée comme la technique "classique". Le phénomène d'onde stationnaire est décrit dans presque tous les ouvrages en acoustique. Dans un tube fermé ayant une source placée à une de ses extrémités, un patron d'onde stationnaire s'établit lorsque, à une fréquence donnée, la longueur d'onde est plus grande que le diamètre du tube. En utilisant un signal monochromatique, la pression sonore $p(x)$ peut être mesurée expérimentalement à plusieurs endroits dans le tube (voir Fig. 3.19). La valeur de cette pression, en fonction de la distance par rapport à la surface du matériau, peut être fournie par l'équation suivante:

$$p(x) = p_0 \left[e^{2\xi x} + b^2 e^{-2\xi x} + 2b \cos(2kx - \phi) \right]^{1/2}, \quad (3.3.1)$$

où b et ϕ sont respectivement l'amplitude et l'angle de phase du coefficient de réflexion à la surface du matériau, ξ est la constante d'atténuation d'une onde plane se propageant dans un tube [Westo53] et p_o est une constante proportionnelle à l'amplitude de la pression sonore dans le tube. Le coefficient de réflexion complexe Q est égal à $b e^{i\phi}$. En utilisant une technique de lissage afin de faire correspondre l'Éq. 3.3.1 aux points expérimentaux, on peut obtenir par optimisation [Champ91] les valeurs de p_o , k , b , et θ et évaluer Q . L'impédance de surface peut ainsi être obtenue par:

$$Z_s = \rho_o c (1 + Q) / (1 - Q) . \quad (3.3.2)$$

Les détails concernant la mise en oeuvre, le calcul d'erreur et les limites pratiques de cette approche ont déjà été présentés par Champoux *et al.* [Champ91].

• Le système

Les Figs 3.20 et 3.21 illustrent le tube de Kundt utilisé pour mesurer les caractéristiques acoustiques des matériaux. Une sonde microphonique se déplace à l'intérieur du tube afin de mesurer la pression sonore $p(x)$ à l'avant de l'échantillon. Un signal monochromatique est utilisé. La partie fixe du tube en laiton circulaire a un diamètre de 4.47 cm et une longueur de 90 cm. Toutes les surfaces extérieures sont recouvertes d'un matériau isolant de 1.2 cm d'épaisseur afin d'isoler le système des fluctuations de température de l'air ambiant. Le haut-parleur est monté latéralement à même une pièce de 25 kg. Le modèle de haut-parleur PA-50 de University Drive est utilisé pour les fréquences 50-1000 Hz et le model T-50 pour les fréquences 1000-5000 Hz. La sonde microphonique est composée d'un tube d'acier inoxydable ayant un diamètre interne de 0.175 cm; sa surface extérieure est recouverte d'un plastique thermo-rétrécissant afin d'amortir d'éventuelles résonances. Un microphone Brüel & Kjaer "probe microphone" est connecté au tube d'acier inoxydable au moyen d'un petit tube de plastique flexible. Le corps du microphone repose sur une surface flexible afin d'isoler le microphone des vibrations du support. Un moteur à pas, contrôlé par ordinateur, est utilisé

Figure 3.20 Schéma du système de mesure en tube de Kundt permettant l'évaluation de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.

Figure 3.21 Photographie du tube de Kundt utilisé pour la mesure de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation.

pour déplacer la sonde dans l'axe central du tube de Kundt avec une précision de ± 0.005 cm. La sonde peut être déplacée sur une distance de 35 cm mesurée à partir de l'extrémité de la section fixe du tube (extrémité du côté du matériau).

Un microphone de référence (Bruël & Kjaer 4710 probe microphone) est relié au moyen d'un tube flexible à un orifice latéral situé à 1.25 cm de la surface du matériau. Le signal mesuré par ce microphone est utilisé dans une boucle d'asservissement du générateur (Bruël & Kjaer 2010 heterodyne analyser) afin de s'assurer que le niveau sonore à cet endroit dans le tube reste constant.

Tous les signaux des microphones sont mesurés par un "Lock-in amplifier" de Stanford Research Systems SR 530 two phase lock-in amplifier. La phase de chaque signal est évaluée par rapport au signal fourni par le générateur. L'incertitude du signal est estimée à 2% pour l'amplitude et à $\pm 0.3^\circ$ pour la phase. Un ordinateur est utilisé afin d'emmagasiner les valeurs expérimentales et de contrôler le moteur à pas.

Afin de minimiser les erreurs expérimentales lors de la mesure de Z_s , il est préférable de considérer deux minimums lors de l'analyse du patron d'onde stationnaire [ASTM88]. En basse fréquence, cela signifie que la sonde doit se déplacer sur une longue distance (3.5 m à 100 Hz). Une sonde d'une telle longueur atténuerait grandement le signal mesuré et le rapport signal/bruit deviendrait très faible. Afin d'éviter une telle situation, une procédure spéciale qui utilise des tubes d'extension a été adoptée. Chaque fois que la sonde microphonique atteint la limite de son déplacement (35 cm), un tube additionnel est ajouté, éloignant ainsi l'échantillon de la sonde. Considérons la séquence suivante: supposons initialement qu'il n'y a pas de tube d'extension de sorte que la surface de l'échantillon est à la bride #1. La sonde microphonique, à sa position initiale zéro, est également localisée à la surface de l'échantillon et une mesure effectuée ici fournit $p(x=0)$. En déplaçant la sonde jusqu'à sa position maximale $x=35$ cm tout en effectuant plusieurs mesures, la forme de l'onde stationnaire est déterminée. Le premier tube d'extension de

30 cm est ensuite ajouté (c'est cette configuration qui est illustrée à la Fig. 3.20) et la sonde est replacée à sa position initiale. Par rapport à la surface de l'échantillon, la sonde est maintenant à $x=30$ cm. En déplaçant de nouveau la sonde jusqu'à sa position maximale tout en effectuant plusieurs mesures, on obtient une description complète de l'onde stationnaire sur une distance de 65 cm. Cette procédure peut être répétée en ajoutant à chaque fois un nouveau tube. Lors de ces opérations, le microphone de référence est toujours relié à une prise de pression localisée près de l'échantillon.

À chaque fois qu'un tube est ajouté, la charge sur le haut-parleur varie ce qui a pour effet de changer l'amplitude de l'onde stationnaire. Afin de corriger ces discontinuités apparentes, des points de chevauchement sont utilisés pour ajuster chaque partie du patron d'onde. Par exemple, la région de chevauchement fournie par $30 \text{ cm} < x < 35 \text{ cm}$ est commune à la situation avec un tube et sans tube d'extension. En mesurant plusieurs points communs de pression dans ces zones pour les deux situations, le changement apparent de l'amplitude de l'onde peut être déterminé et normalisé à chaque addition d'un nouveau tube.

Pour des fréquences au-dessus de 1000 Hz, aucun tube d'extension n'est requis; à 100 Hz, huit tubes sont nécessaires. La Fig. 3.22 montre une onde stationnaire obtenue pour une fréquence de 100 Hz pour un échantillon ayant une résistance au passage de l'air de 380 cgs rayls/cm. Les valeurs de pressions mesurées sont montrées par des cercles (l'incertitude type est illustrée par une barre verticale). La courbe représente le patron d'onde obtenu théoriquement par lissage des points expérimentaux via l'Éq. (3.3.1). Les blocs noirs sur l'axe des positions représentent les zones de chevauchement associées à l'addition des tubes d'extension. La concordance entre les valeurs expérimentales et la courbe théorique est très bonne aux maxima. Les deux minima sont illustrés à la Fig. 3.23 et on peut constater que la concordance y est également très bonne.

Figure 3.22 Patron d'onde stationnaire type enregistré dans le tube de Kundt à une fréquence de 100 Hz.

Cette technique s'est avérée très précise jusqu'à 4500 Hz. En basse fréquence cependant, malgré le fait que l'Éq. (3.3.1) réussit à générer une courbe qui reste à l'intérieur des barres d'incertitudes aux maxima, aux minima et pour tous les points expérimentaux, il a été noté qu'en-dessous de 200 Hz, un biais systématique apparaissait pour la mesure de l'impédance de surface. De nombreux tests avec des matériaux dont l'impédance est connue (matériaux à pores triangulaires et carrés) nous ont permis de clairement identifier ce phénomène. Beaucoup d'efforts ont été déployés pour expliquer ce biais mais son origine reste encore inexpliquée. Notons qu'une petite erreur de l'ordre de 0.05 cm sur la longueur des tubes peut provoquer un biais équivalent à ce qui a été observé. Il est donc possible que lors d'un test, étant donné le nombre important de tubes d'extension à ajouter, un léger décalage au niveau de la longueur réelle du tube puisse se produire créant ainsi ce biais. Cette technique n'est pas très rapide en basse fréquence et le système doit être ouvert à l'air libre à maintes reprises afin d'ajouter les tubes d'extension. Il est

Figure 3.23 Comparaisons entre les valeurs prédites par l'Éq.(3.3.1) et les valeurs expérimentales pour les deux minima d'une onde stationnaire mesurés au tube de Kundt à 100 Hz.

possible alors qu'une dérive au niveau de la température à l'intérieur du tube se produise et soit en partie responsable de ce biais. Afin de mesurer précisément l'impédance de surface en basse fréquence, une autre méthode appelée méthode TMTC a donc été utilisée.

b) La méthode TMTC

La méthode TMTC a récemment été introduite par Gibiat et Laloë [Gibia90a], [Gibia91b]. Deux microphones et trois calibrations sont nécessaires d'où le nom TMTC ("two microphones three calibrations method").

• Le principe

Utilisant un tube cylindrique à une fréquence suffisamment basse pour qu'il n'y ait qu'une seule onde plane qui se propage, le problème se réduit à un problème à une seule dimension. Les signaux de pression s_1 et s_2 (voir Fig. 3.19) mesurés respectivement aux deux microphones peuvent être obtenus comme une combinaison linéaire de la pression p et de la vitesse acoustique u estimée à la surface du matériau:

$$s_1 = g_1 p + g_2 \rho_0 c u, \quad (3.3.3)$$

$$s_2 = g_3 p + g_4 \rho_0 c u, \quad (3.3.4)$$

où g_1 à g_4 sont des paramètres inconnus qui dépendent de la géométrie du système, du gain et de la calibration relative des microphones. Rappelons que l'impédance de surface recherchée Z_s est p/u . Soit y le rapport entre les deux signaux fournis par les microphones. On obtient ainsi:

$$y = \frac{s_2}{s_1} = \frac{g_3 Z_s + g_4 \rho_0 c}{g_1 Z_s + g_2 \rho_0 c}, \quad (3.3.5)$$

où

$$Z_s = \rho_0 c \frac{-g_2 y + g_4}{g_1 y - g_3} = \rho_0 c \frac{B y + D}{y - y_0}, \quad (3.3.6)$$

avec

$$B = -g_2/g_1, \quad D = g_4/g_1, \quad y_0 = g_3/g_1. \quad (3.3.7)$$

Le problème se résume donc à trouver la valeur des trois coefficients inconnus B , D et y_0 . Ceci peut être fait en effectuant trois calibrations auxiliaires *i.e.* en remplaçant à trois

reprises le matériau par des éléments dont l'impédance est connue. La valeur de y_o peut être directement obtenue (voir l'Éq. (3.3.6)) en utilisant au plan de mesure, une impédance infinie soit $Z_s = \infty$. Deux cavités de dimensions connues peuvent être utilisées pour les deux autres impédances de calibration $\bar{Z}_1$ et $\bar{Z}_2$ (la barre au-dessus du symbole indique que la valeur de ces impédances est normalisée par $\rho_o c$). Les quantités y_1 et y_2 représentent respectivement les rapports des pressions lues aux microphones lors des deux calibrations. L'impédance de surface d'un matériau peut alors être évaluée expérimentalement en mesurant y (matériau en place) qui est la seule inconnue de l'équation suivante:

$$Z_s = \rho_o c \frac{\bar{Z}_1(y_1 - y_o)(y - y_2) + \bar{Z}_2(y_2 - y_o)(y_1 - y)}{(y - y_o)(y_1 - y_2)} \quad (3.3.8)$$

Avec cette technique, il n'est pas nécessaire de connaître la calibration relative en phase et en amplitude entre les microphones ni de connaître leurs positions respectives par rapport à la surface du matériau.

• Le système

Le même système, développé pour la mesure via la technique classique, peut être directement utilisé. Comme illustré aux Figs 3.20 et 3.21, un premier orifice localisé dans la partie fixe du tube est utilisé pour fournir le signal de pression s_o . En utilisant un tube d'extension doté d'un orifice, le signal s_1 peut être obtenu grâce à cette prise de pression localisée près du matériau à une distance de 1.25 cm de sa surface. L'espacement entre les microphones peut être ajusté en utilisant différents tubes d'extension. Pour la technique TMTC, cet espacement est critique [Gibia91a] [Gibia91b] et varie en fonction de la fréquence. Afin de maximiser la précision, un signal monochromatique a été utilisé et l'espacement entre les microphones a été ajusté à chaque fréquence, à 70% du quart de la longueur d'onde.

Pour obtenir la valeur de y_o , une impédance ayant une valeur très élevée doit être utilisée. Ceci est facilement obtenu en remplaçant le matériau par un bouchon massif. Pour

les deux autres impédances de calibration $\bar{Z}_1$ et $\bar{Z}_2$, deux longueurs de cavités distinctes sont choisies à chaque fréquence. Ces longueurs sont sélectionnées suivant deux critères:

- 1- les deux valeurs d'impédance doivent être très différentes.
- 2- pour chaque cavité, on choisira une longueur pour que la variation de la valeur de l'impédance en fonction de sa longueur ne soit pas trop importante. Comme l'impédance d'une cavité fait intervenir une cotangente, on évitera de choisir des longueurs qui sont associées aux p.les de cette fonction car une faible imprécision sur la longueur réelle de la cavité entraînera nécessairement une erreur appréciable sur la valeur réelle de l'impédance.

Les valeurs des espacements microphoniques ainsi que la longueur des cavités utilisée pour cette méthode sont fournies au tableau 3.1. Les deux techniques de mesure de la surface d'impédance sont complémentaires couvrant respectivement une plage de fréquence donnée. La technique TMTC a été utilisée pour les fréquences 50 à 450 Hz tandis que la technique classique a permis de couvrir la gamme 750 Hz à 4500 Hz. Une calibration du "lockin-amplifier" pour la mesure de fonction de transfert nous a permis d'évaluer que l'incertitude associée à l'amplitude est de 0.2% et de 0.1° pour la phase.

Tableau 3.1 Espacements microphoniques et longueurs de cavités pour la méthode TMTC

Fréquence (Hz)	Δr (cm)	Cavité #1 (cm)	Cavité # 2 (cm)
50	120	40	120
75	80	40	150
100	60	40	130
150	40	30	90
200	30	25	65
300	20	20	35
450	12.5	15	25

3.3.3 Impédance caractéristique et constante de propagation

À l'aide des deux techniques décrites à la section précédente, l'impédance de surface d'un matériau peut être mesurée précisément. Nous verrons dans cette section comment, à l'aide de cette impédance de surface et de mesures complémentaires, il est possible d'évaluer $Z(\omega)$ et $m(\omega)$. Il est intéressant de noter que beaucoup d'informations sont disponibles dans la littérature scientifique relativement à la mesure de l'impédance de surface, mais très peu d'informations existent sur la mesure de l'impédance caractéristique et la constante de propagation.

Dans une technique proposée par Scott [Scott46], une sonde microphonique est utilisée pour mesurer la variation de pression à l'intérieur de l'échantillon. Étant donné que nous nous intéressons à des matériaux à structure rigide, cette approche ne peut être utilisée. Smith et Parrott [Smith83] déterminent les propriétés du matériau en mesurant l'impédance de surface de deux échantillons ayant des épaisseurs différentes. Une technique qui ne requiert qu'un échantillon a par ailleurs été présentée par Yaniv [Yaniv73]. Deux mesures d'impédance de surface sont alors nécessaires, une première avec l'échantillon appuyé sur une surface parfaitement réfléchissante et l'autre, avec une cavité à l'arrière du matériau ayant une dimension égale à $1/4$ de la longueur d'onde. Récemment, Utsuno *et al.* [Utsun89] ont présenté une technique similaire à celle de Yaniv mais plus générale. En effet, deux mesures d'impédance de surface sont toujours nécessaires mais deux cavités de dimensions quelconques peuvent être utilisées. C'est cette dernière approche, que nous appellerons méthode à deux cavités, qui a été retenue et qui sera présentée très brièvement à la sous-section suivante. Pour des matériaux épais et à forte résistance au passage de l'air, cette technique devient peu précise [Champ91]. Pour contourner ce problème, nous avons dû développer une technique alternative qui utilise

c) La dépendance fréquentielle de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$

Johnson *et al.* [Johns87] suggèrent l'expression suivante pour $\rho_A(\omega)$:

$$\rho_A(\omega) = \alpha_\infty \rho_o \left[1 - \frac{i\sigma\Omega}{\alpha_\infty \rho_o \omega} \left(1 + \frac{4 i \alpha_\infty^2 \eta \rho_o \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \Omega^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.4.16)$$

Cette équation respecte la dépendance fréquentielle des deux premiers termes du résultat exact en haute fréquence fourni par l'Éq. (2.4.9), mais seulement un terme pour la limite "basse fréquence". En effet, la limite asymptotique en haute fréquence de l'Éq. (2.4.15) est exactement égale à l'Éq. (2.4.9). Lorsque la fréquence tend vers zéro, l'Éq. (2.4.15) devient:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \rho_A(\omega) = \rho_o \left[-\frac{i\sigma\Omega}{\rho_o \omega} + \alpha_\infty \left(1 + \frac{2\alpha_\infty \eta}{\sigma \Lambda^2 \Omega} \right) \right]. \quad (2.4.17)$$

L'équation de Newton est:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \left[\sigma \Omega + i \rho_o \omega \alpha_\infty \left(1 + \frac{2\alpha_\infty \eta}{\sigma \Lambda^2 \Omega} \right) \right] v. \quad (2.4.18)$$

À l'ordre zéro, l'Éq. (2.4.17) devient:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \sigma \Omega v. \quad (2.4.19)$$

On démontre ainsi qu'en basse fréquence, l'Éq. (2.4.15) fournit un seul terme associé à la résistance au passage de l'air. Une relation existe entre σ , Ω , Λ , et α_∞ et elle peut prendre la forme suivante:

$$\Lambda = s_3 \left[\frac{8 \alpha_\infty \eta}{\sigma \Omega} \right]^{1/2}, \quad (2.4.20)$$

où s_3 est un paramètre dont la valeur peut être ajustée, qui dépend de la géométrie des pores et dont la valeur varie typiquement entre 1 et 1/4 pour la plupart des matériaux [Johns87]. Pour un matériau composé de pores cylindriques, Λ peut être calculé exactement en utilisant l'Éq. (2.4.8) car la pondération associée à la vitesse n'a pas d'effet. Dans ce cas, $\Lambda = \Lambda' =$ le rayon hydraulique. Pour le cas particulier d'un pore cylindrique circulaire, en combinant les Éqs. (2.4.17), (2.4.19, et en sachant que $\Lambda = \Lambda'$ et $s_3 = 1$, on trouve:

2

of/de

2

PM-1 3½"x4" PHOTOGRAPHIC MICROCOPY TARGET
NBS 1010a ANSI/ISO #2 EQUIVALENT

PRECISIONSM RESOLUTION TARGETS

PIONEERS IN METHYLENE BLUE TESTING SINCE 1974

15000 COUNTY ROAD 3, SUDBURY, ONT. N3H 3X7, CAN
TEL: 912 435 7687 FAX: 912 435 7687 Tlx: 510802D-000

une fonction de transfert au travers du matériau. Cette technique sera présentée à la sous-section b).

a) Méthode à deux cavités

L'impédance de surface Z_s d'un échantillon de longueur ℓ installé dans un tube de Kundt tel qu'illustré à la Fig. 3.24 (a), peut être calculée comme suit:

$$Z_s = Z(\omega) \frac{Z_c \cosh m(\omega)\ell + Z(\omega) \sinh m(\omega)\ell}{Z_c \sinh m(\omega)\ell + Z(\omega) \cosh m(\omega)\ell}, \quad (3.3.9)$$

où Z_c est l'impédance d'entrée de la cavité de longueur d située à l'arrière du matériau.

On peut calculer la valeur de cette impédance comme suit:

$$Z_c = -i\rho_0 c \cot kd. \quad (3.3.10)$$

Considérons les impédances de surface Z_{s1} et Z_{s2} , mesurées expérimentalement alors que les cavités de longueurs d_1 et d_2 sont respectivement installées derrière le même échantillon. L'Éq. (3.3.10) fournit les impédances d'entrée Z_{c1} et Z_{c2} de ces deux cavités. L'impédance caractéristique de même que la constante de propagation de l'échantillon peuvent alors être évaluées comme suit:

$$Z(\omega) = \pm \left[\frac{Z_{s1}Z_{s2}(Z_{c1} - Z_{c2}) - Z_{c1}Z_{c2}(Z_{s1} - Z_{s2})}{(Z_{c1} - Z_{c2}) - (Z_{s1} - Z_{s2})} \right]^{1/2}, \quad (3.3.11)$$

$$m(\omega) = \frac{1}{2\ell} \ln \left(\frac{Z_{s1} + Z(\omega)}{Z_{s1} - Z(\omega)} \frac{Z_{c1} - Z(\omega)}{Z_{c1} + Z(\omega)} \right). \quad (3.3.12)$$

Le signe de l'Éq. (3.3.11) est choisi de façon à ce que la partie réelle de $Z(\omega)$ soit positive. Pour l'Éq. (3.3.12), le logarithme complexe est choisi pour que la phase augmente de façon continue avec la fréquence (la phase est déroulée). Une description très détaillée de cette technique est fournie par Utsuno *et al* [Utsun89]. Un élément important est le choix des dimensions des cavités. Étant donné que les tests ont été effectués en ton pur, il a été possible de choisir un jeu de cavités spécifiques à chaque fréquence afin d'améliorer la précision en maximisant l'écart entre les valeurs des impédances de surfaces Z_{s1} et Z_{s2} . La première cavité a été choisie la plus petite possible afin que Z_{c1} soit très grand. La

deuxième cavité a été choisie pour que sa longueur soit environ égale à $\lambda/4$ de sorte que Z_{c2} soit près de zéro.

De nombreux tests ont été effectués avec cette méthode. Certains problèmes ont été rencontrés lorsque la longueur de l'échantillon était grande ou lorsque que la résistance au passage de l'air était importante [Champ90]. Pour ces échantillons, l'utilisation de différentes cavités n'a pas d'influence sur la valeur mesurée de l'impédance de surface. L'impédance de surface est alors équivalente à l'impédance caractéristique. Comme le montre l'Éq. (3.3.12), si Z_{s1} est égal est à $Z(\omega)$, on ne peut pas mesurer la constante de propagation. Il aurait été possible de contourner le problème en utilisant des échantillons plus courts, soit en coupant l'échantillon ou en utilisant un autre échantillon du même matériau. Cette solution aurait cependant entraîné certains problèmes. En réduisant la longueur de l'échantillon, l'évaluation des caractéristiques physiques aurait été moins précise. De plus, certains échantillons n'existaient qu'en un exemplaire. Une nouvelle technique utilisant une fonction de transfert entre la pression mesurée de part et d'autre de l'échantillon a été mise au point afin de pallier à ce problème.

b) Méthode utilisant une fonction de transfert mesurée de part et d'autre du matériau

Cette méthode [Champ90] a été développée de façon indépendante aux travaux de Macintosh *et al.* [Macin90] qui ont récemment présenté une approche similaire. Pour cette méthode, deux quantités doivent être mesurées: l'impédance de surface de l'échantillon et une fonction transfert entre la pression mesurée de part et d'autre de l'échantillon. Ces quantités sont suffisantes pour déterminer $Z(\omega)$ et $m(\omega)$. Considérons l'échantillon de matériau poreux installé à l'extrémité d'un tube de Kundt comme illustré à la Fig. 3.24 (b). Une cavité de dimension d est installée à l'arrière de l'échantillon. En mesurant la fonction de transfert entre les pressions p_b et p_a , il n'est pas toujours possible de localiser les microphones à la surface du matériau. On doit donc considérer la

Figure 3.24 Eléments de base et positions des microphones pour la mesure de l'impédance caractéristique et de la constante de propagation au moyen de la technique utilisant une fonction de transfert entre les pressions mesurées de part et d'autre de l'échantillon.

localisation des microphones x_a et x_b tel qu'illustré à la Fig. 3.24 (b). Étant donné l'orientation du système d'axe montrée sur cette figure, x_a sera une quantité négative tandis que x_b sera une quantité positive. La fonction de transfert de pression $H(\omega) = p_b/p_a$ entre ces deux microphones est:

$$H(\omega) = [\cos kx_b + (i\rho_0 c/Z_s) \sin kx_b] [\cosh m(\omega)\ell + (Z(\omega)/Z_c) \sinh m(\omega)\ell] \times \frac{\cos kd}{\cos k(x_a + \ell + d)} \quad (3.3.13)$$

À partir des Éqs. (3.3.9) et (3.3.13), il est possible de trouver une expression pour $Z(\omega)$ soit:

$$Z(\omega) = Z_c Z_s [(1 - G^2)/(Z_s^2 - G^2 Z_c^2)]^{1/2} , \quad (3.3.14)$$

où le terme G est fourni par:

$$G = H(\omega) \frac{\cos k(x_a + \ell + d)}{[\cos kx_b + (i\rho_o c / Z_s) \sin kx_b] \cos kd} . \quad (3.3.15)$$

La racine carrée complexe de l'Éq. (3.3.14) est choisie de sorte que la partie réelle de $Z(\omega)$ soit positive. Connaissant maintenant $Z(\omega)$, Z_{s1} et Z_{c1} , on peut calculer $m(\omega)$ avec l'Éq. (3.3.12).

De façon pratique, les deux microphones auront des réponses en fréquences différentes et une calibration devra être effectuée afin de corriger cette situation. Cette calibration est réalisée en enlevant le porte échantillon comme illustré à la Fig. 3.24 (c) et en comparant la réponse en fréquence des deux signaux des microphones. La fonction de transfert entre les pressions aux deux microphones lors de la calibration $H_c(\omega) = p_b / p_a$ est:

$$H_c(\omega) = \cos k(x_b + d) / \cos k(x_a + d) . \quad (3.3.16)$$

La comparaison entre cette fonction de transfert et la réponse expérimentale des signaux des microphones fournit la valeur de correction qui permet de calibrer (calibration relative) en phase et en amplitude la paire de microphones.

Le système utilisé pour mesurer $Z(\omega)$ et $m(\omega)$ est illustré à la Fig. 3.20. Le microphone de référence est en fait placé dans l'axe centrale du tube et à son extrémité. Pour la calibration, $x_a = -0.101$ cm et $x_b = 1.253$ cm. La dimension de la cavité pour la technique avec la fonction de transfert varie légèrement d'un échantillon à l'autre et est de l'ordre de quelques centimètres.

Les deux techniques ont été utilisées pour mesurer l'impédance caractéristique $Z(\omega)$ et la constante de propagation $m(\omega)$ pour un matériau à structure rigide ayant une forte résistance au passage de l'air soit 380 000 mks rayls/m. Les résultats sont illustrés aux Figs

3.25 (a) et (b). Pour les deux techniques, les points expérimentaux ont été obtenus aux mêmes fréquences. Pour fin de comparaison, ils sont cependant présentés côte à côte. En basse fréquence, étant donné le nombre important de paramètres à mesurer, la technique utilisant la fonction de transfert est légèrement moins précise que la méthode à deux cavités. En haute fréquence, cette approche est cependant la seule capable de fournir un estimé précis de la constante de propagation $m(\omega)$ [Champ90]. La droite de la Fig. 3.25 (b) est tracée à titre indicatif afin de fournir un aperçu du comportement de la constante de propagation. Cette prédiction est obtenue via le modèle d'Attenborough [Atten83] en posant $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2$, $\sigma = 380$ mks rayls/m, $s_p = 1$.

Figure 3.25 Comparaison entre la technique à deux cavités ("") et la technique utilisant une fonction de transfert mesurée de part et d'autre de l'échantillon ("o"). (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) constante de propagation $m(\omega)$. Les valeurs sont comparées deux à deux à la même fréquence. Elles sont cependant montrées côte à côte pour fin de comparaison.

CHAPITRE IV

4.0 DESCRIPTION DES MATÉRIAUX UTILISÉS POUR L'INVESTIGATION EXPÉRIMENTALE

Deux types de matériaux ont été utilisés dans cette étude. Le premier type comprend des matériaux constitués de pores cylindriques uniformes fabriqués de toute pièce en atelier selon des spécifications très précises. Le deuxième type comprend des matériaux dits "réels" *i.e.* dont la géométrie interne des pores est complexe et non définie. Ces matériaux sont disponibles sur le marché industriel. Tous les matériaux poreux utilisés dans cette étude ont une structure pouvant être considérée comme rigide et électriquement isolante. Chaque échantillon a été usiné en respectant des tolérances très strictes. Typiquement, les échantillons ont un diamètre de 4.47 cm et une longueur de l'ordre de 10 cm.

4.1 Matériaux usinés maison

4.1.1 Pores carrés et triangulaires

Deux échantillons ont été fabriqués en usinant des rainures à la surface de minces feuilles de plastique qui, une fois empilées, constituent le corps du matériau. La Fig. 4.1 montre une portion de quelques feuilles de plastique. Ceci illustre également le principe de construction de ce matériau. Un matériau plastique (Plexiglass®) relativement fragile (cassant) est utilisé afin d'éliminer les bavures aux extrémités des pores.

Figure 4.1 Illustration de la méthode de fabrication des échantillons à pores droits.
(a) section triangulaire; (b) section rectangulaire.

L'épaisseur de chaque feuille de plastique a initialement été réduite à 0.020". Un total de 100 feuilles, de dimension 10.2 cm par 14.52 cm, ont été empilées et assemblées au moyen de quatre boulons. Afin d'obtenir un échantillon poreux qui s'adaptait bien au tube de Kundt de section circulaire, un nombre différent de pores ont été usinés sur chaque feuille de plastique et une distribution circulaire des pores sur un diamètre de 4.471 cm fut ainsi obtenue. Pour produire un pore de forme carrée, une scie circulaire ayant une largeur de dent nominale de 0.006" a été utilisée. Pour obtenir un pore carré, la profondeur nominale de la rainure recherchée a été de 0.006". Un total de 12 111

pores ont été usinés pour cet échantillon. Pour l'échantillon à pores triangulaires, une mèche de fraiseuse ayant une pointe de 60° a été utilisée (pour obtenir un pore triangulaire équilatéral). La profondeur de coupe fut fixée à 0.0105". Pour cet échantillon, 6 023 pores ont été usinés.

Pour l'application des modèles théoriques présentés aux sections 2.2.2 et 2.2.3, les dimensions précises des pores de ces deux matériaux sont nécessaires. Toutefois, étant donné les faibles dimensions des pores et la sensibilité des caractéristiques physiques du matériau poreux (ρ , Ω , α_∞), il est extrêmement difficile de déterminer des dimensions de pores représentatives. Par exemple, pour le matériau à pores carrés, les dimensions mesurées au microscope sont de $0.0149 \text{ cm} \pm 0.003 \text{ cm} \times 0.0173 \text{ cm} \pm 0.003 \text{ cm}$. Avec de telles tolérances, la valeur calculée de la résistance au passage de l'air peut se situer entre 51 000 et 235 000 mks rayls/m. La valeur mesurée de la résistance au passage de l'air est de $107\,600 \text{ mks rayls/m} \pm 1\,700 \text{ mks rayls/m}$. En utilisant cette dernière valeur, on peut cependant faire marche arrière afin d'estimer une dimension de pore représentative. Les dimensions ainsi adoptées pour la section des pores sont de $0.0146 \text{ cm} \times 0.0172 \text{ cm}$. Ce choix fournit une valeur de résistance au passage de l'air de $107\,500 \text{ mks rayls/m}$ et une porosité de 0.194.

À partir d'observations au microscope du matériau à pores triangulaires, il a été noté que les pores sont approximativement triangulaires, avec un arrondi (0.001"-0.002" de rayon) au faîte du triangle *i.e.* au fond de la rainure. La base du triangle d a une dimension de l'ordre de $0.034 \text{ cm} \pm 0.003 \text{ cm}$. Ici également, l'incertitude au niveau de la dimension des pores se traduit par une grande imprécision pour les valeurs calculées des caractéristiques physiques du matériau. Procédant de façon similaire aux matériaux à pores carrés, nous avons adopté une dimension de la base du triangle d de 0.0374 cm. Ce choix fournit une porosité de 0.232 et une résistance au passage de l'air de $44\,700 \text{ mks}$

rayls/m, cette dernière valeur étant compatible avec la valeur mesurée qui est de 45 000 mks rayls/m ± 700 mks rayls/m.

La porosité des échantillons a également été mesurée. Une valeur de 0.225 a été mesurée pour le matériau à pores rectangulaires et une valeur de 0.25 pour le matériau à pores triangulaires. Ces valeurs sont plus importantes que celles qui ont été adoptées. Il est fort probable que les petites rainures laissées à la surface des feuilles par le procédé d'usinage soient responsables de ces différences. Un résumé des valeurs caractéristiques des matériaux à pores rectangulaires et triangulaires est présenté au tableau 4.1.

Tableau 4.1 Caractéristiques physiques des échantillons de matériaux poreux

Nom	Caractéristiques physiques			
	σ (mks rayls/m)	Ω	α_{∞}	Longueur (cm)
Matériaux fabriqués				
Pores-carrés	107 500	0.194	1	14.52.
Pores-triangulaires	44 700	0.232	1	13.91
Sections-Variables	68 700	0.392	4.06	9.39
Matériaux réels				
Filtros	44 500	0.432	1.7	7.58
Coors	380 00	0.436	2.0	7.59

4.1.2 Pores cylindriques circulaires à section variable

Un modèle pour un matériau constitué de pores cylindriques circulaires à section variable a été présenté à la section 2.2.4. Tel qu'illustré à la Fig. 2.8, les pores sont constitués de tubes de rayons différents (deux grandeurs de rayons seulement sont utilisées). Les pores sont fabriqués à partir de tubes de téflon à parois minces de marque Alfa TFT-400 #15 qui ont un rayon interne de 0.013 cm ± 0.003 cm. Des petites pièces de téflon d'une longueur de 0.171 cm ± 0.003 cm sont insérées à distance égale dans les tubes.

Ces pièces sont fabriquées à partir de la gaine isolante d'un fil électrique de marque Alfa 9806. En enlevant le fil conducteur situé au centre de cette gaine, un petit trou d'une dimension de $0.077 \text{ cm} \pm 0.003 \text{ cm}$ est obtenu. Le diamètre extérieur de cette gaine est légèrement supérieur au diamètre intérieur du tube de téflon de sorte que seule la force de friction tient les pièces en place. Six pièces espacées typiquement d'une distance de 1.6 cm sont utilisées pour chaque tube de téflon. Un nombre total de 373 tubes (pores) sont utilisés et le tout est emprisonné dans une matrice de paraffine. La longueur totale de l'échantillon est $9.39 \text{ cm} \pm 0.04 \text{ cm}$ et son diamètre extérieur est 4.471 cm.

Dans le but d'utiliser le modèle développé spécifiquement pour cette géométrie de pores, il serait intéressant de connaître avec précision les dimensions des pores. Pour les mêmes raisons que celles identifiées pour les échantillons ayant des pores carrés et triangulaires, les tolérances associées aux dimensions mesurées sont telles qu'elles ne peuvent être utilisées pour calculer les caractéristiques physiques du matériau. À titre d'exemple, les valeurs prédites par le modèle à partir des dimensions mesurées pourraient se situer entre 32 000 et 116 000 mks rayls/m pour la résistance au passage de l'air, 0.363 à 0.426 pour la porosité et 3.0 à 5.4 pour la tortuosité. Les valeurs mesurées des caractéristiques physiques sont: $69\,660 \text{ mks rayls/m} \pm 1\,540 \text{ mks rayls/m}$ pour la résistance au passage de l'air, 0.412 ± 0.001 pour la porosité et 3.89 ± 0.12 pour la tortuosité. En utilisant une approche identique à celle utilisée pour les matériaux à pores carrés et triangulaires, les dimensions suivantes furent adoptées soient: 0.168 cm pour la longueur des pièces de téflon, 0.0775 cm pour le rayon du tube de téflon, 0.0133 pour le rayon du petit trou (petit pore) au centre des pièces de téflon et un nombre total de 368 pores. Le modèle fournit les valeurs suivantes: $68\,670 \text{ mks rayls/m}$ pour σ , 0.392 pour Ω et 4.06 pour α_{∞} .

Beaucoup de précautions furent prises pour la construction de cet échantillon. Toutefois, certaines imperfections ont pu être remarquées lors d'un examen au micro-

scope. Les tubes de téflon ne sont pas ronds mais plutôt ovales car ils ont été livrés enroulés. Certaines pièces de téflon ont des bavures (provenant de la découpe) à une extrémité, ce qui a pu obstruer partiellement le petit pore. Les pièces de téflon ont un trou (un pore) très irrégulier. Des résidus de paraffine à la surface du matériau ont été notés et il est possible que cette paraffine ait pu également boucher localement quelques pores. Notons que puisque les pores ne sont pas interconnectés, les pores obstrués localement ne participent pas à la valeur de la résistance au passage de l'air ou de la tortuosité mais contribuent à la valeur de la porosité. Un résumé des caractéristiques physiques de cet échantillon est fourni au tableau 4.1.

4.2 Matériaux réels

Dans le cadre de cette étude, une recherche intensive de matériaux "réels" possédant des pores à géométrie interne complexe a été effectuée. Il fallait trouver des matériaux homogènes, isotropes, à structure rigide non conductrice (électriquement). De plus, la valeur de la résistance au passage de l'air de ces matériaux devait être semblable à celle des matériaux utilisés couramment en acoustique industrielle ou architecturale. Notre choix s'est porté sur deux matériaux utilisés couramment dans le domaine de la filtration.

Le premier échantillon a été obtenu à partir d'une céramique poreuse Filtros® QF-130 produit par Ferro Corporation. Les valeurs des caractéristiques physiques mesurées sont présentées au tableau 4.1. Deux pièces ont été placées bout à bout afin d'obtenir un échantillon d'une longueur de 7.58 cm. Le second échantillon a été obtenu à partir d'une céramique fabriquée par Coors® # 100. Un échantillon d'une seule pièce de longueur 7.59 cm a été utilisé. Les valeurs des caractéristiques de cet échantillon sont également présentées au tableau 4.1. Comme on peut le constater, la porosité de ces deux échantillons étant sensiblement la même (0.436 vs 0.432), la grande différence entre leur résistance au passage de l'air indique que la structure interne de ces échantillons est très différentes.

CHAPITRE V

5.0 CONFRONTATION DES MODÈLES THÉORIQUES AUX RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Les techniques de mesure expérimentale utilisées dans cette étude ont été présentées au chapitre III. Au chapitre IV, nous avons décrit les caractéristiques des matériaux sur lesquels des test ont été effectués. En utilisant ces résultats expérimentaux, nous allons dans ce chapitre, confronter les différents modèles décrits au chapitre II et examiner ainsi leurs comportements et leurs limites de validité. Dans un premier temps, nous allons valider les modèles développés pour des pores à géométrie simple (carré, triangulaire et à section variable). Le modèle généralisé de Biot, qui est spécifiquement destiné aux pores à géométrie simple, sera ensuite confronté aux résultats fournis par ces modèles.

Dans un deuxième temps, chaque modèle semi-phénoménologique (Aitenborough, Biot-Allard etc) ainsi que les nouveaux modèles introduits respectivement aux section 2.3 et 2.4 seront à leur tour, confrontés à la fois aux modèles pour pores cylindriques et aux résultats expérimentaux obtenus pour des matériaux réels.

Afin de décrire complètement les caractéristiques acoustiques intrinsèques à un matériau poreux rigide, il est nécessaire de connaître à la fois l'impédance caractéristique $Z(\omega)$ et la constante de propagation $m(\omega)$. Pour plusieurs applications, comme par exemple

pour le calcul de la perte par transmission au travers d'un matériau, ou pour le calcul de l'impédance de surface d'un matériau absorbant mince placé près d'une surface réfléchissante, ces deux quantités complexes sont nécessaires et sont d'égales importances. Afin qu'un modèle puisse être considéré comme adéquat, il doit donc être en mesure de fournir avec précision les valeurs de $Z(\omega)$ et $m(\omega)$.

Pour confronter les modèles analytiques aux résultats expérimentaux et ainsi évaluer leurs mérites respectifs, les parties réelles et imaginaires de $Z(\omega)$ et $m(\omega)$ sont considérées ici comme indépendantes. L'amplitude de ces valeurs caractéristiques varie fortement avec la fréquence. Pour évaluer l'exactitude des prédictions, un "paramètre de déviation" P_{dv} est utilisé. Ce paramètre représente la moyenne quadratique totale (en pour cent) des écarts, entre les valeurs prédites par les modèles et les valeurs expérimentales correspondantes. Chacun de ces écarts est normalisé par la valeur de l'incertitude propre à chaque résultat expérimental:

$$P_{dv} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\text{valeur expérimentale}_j(\omega) - \text{valeurs prédites}_j(\omega)}{\text{incertitude de la valeur expérimentale}_j} \right]^2 . \quad (5.1.1)$$

Pour la plupart des modèles considérés dans cette étude, un ou plusieurs facteurs de formes (facteur d'ajustement) sont utilisés. Ces facteurs de forme sont alors choisis afin de minimiser la valeur de P_{dv} et ainsi, maximiser la correspondance entre les modèles théoriques et les résultats expérimentaux.

Dans ce chapitre, les figures auront toujours le même format et seront présentées par paire. La première figure présentera à gauche, la partie réelle et imaginaire de l'impédance caractéristique $Z(\omega)$ (normalisée par la valeur de l'impédance caractéristique de l'air $\rho_0 c$) et à droite, la partie réelle et imaginaire de la constante de propagation $m(\omega)$. La deuxième figure présentera de la même façon, la densité dynamique $\rho(\omega)$ (normalisée par la densité de l'air ρ_0) et le module de compression dynamique $K(\omega)$ (normalisé par la pression d'équilibre du fluide P_0). Les incertitudes associées aux résultats expérimentaux seront

indiquées pour chaque valeur rapportée. Il faut noter cependant que ces incertitudes sont parfois petites et elles se trouvent à l'occasion masquées par le symbole "o" représentant la position de la valeur expérimentale.

5.1 Modèles pour matériaux composés de pores cylindriques

5.1.1 Pores cylindriques à section carrée et triangulaire

Le comportement des modèles développés pour des pores ayant des géométries simples *i.e.* de section rectangulaire et triangulaire (modèles présentés respectivement aux sections 2.2.2 et 2.2.3) est examiné aux Figs 5.1 à 5.4. La bonne correspondance entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques confirme la validité des modèles pour les pores carrés et triangulaires. Il pourrait être démontré que ces modèles fournissent des valeurs semblables aux résultats obtenus par une technique utilisant les éléments finis [Cragg84] [Cragg86]. Notons cependant que ces auteurs se sont seulement intéressés à la densité dynamique et n'ont pas tenu compte des effets thermiques.

À la Fig. 5.2 (b), on peut constater que les points expérimentaux (symboles "o") sous-estiment la valeur de la partie réelle de $K(\omega)$. Cette partie réelle ne peut en effet être inférieure à 1, étant donné qu'en basse fréquence, le processus associé aux effets thermiques est essentiellement isothermique. Les points expérimentaux, calculés à partir des valeurs de $Z(\omega)$ et $m(\omega)$, sont très sensibles à la valeur de la porosité. En utilisant 0.205 à la place de 0.194, les valeurs représentées par les symboles "x" sont obtenues et une très bonne correspondance pour ces points est alors obtenue. Nous avons déjà mentionné à la section 4.1.1, que des stries à la surface des feuilles de plastique faisaient en sorte que la porosité retenue (0.194) différait de la porosité mesurée (0.225). Les vides créés entre les feuilles de plastique par ces petites stries transversales aux pores, ne participent pas à la résistance au passage de l'air et donc affectent peu $\rho(\omega)$. Comme on peut le constater à la Fig. 5.2 (b), elles affectent de façon évidente $K(\omega)$.

Figure 5.1 Pour un matériau composé de pores cylindriques de section carrée, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 107\ 500$ mks rays/m, $\Omega = 0.194$ $\alpha_\infty = 1$, $a = 0.0146$ cm, $b = 0.0172$ cm
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.2 Pour un matériau composé de pores cylindriques de section carrée, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 107\ 500\ \text{mks rays/m}$, $\Omega = 0.194\ \alpha_\infty = 1$, $a = 0.0146\ \text{cm}$, $b = 0.0172\ \text{cm}$

Figure 5.3 Pour un matériau composé de pores cylindriques de section triangulaire, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 44\,700$ mks rays/cm, $\Omega = 0.232$, $\alpha_\infty = 1$, $d = 0.0374$ cm

Figure 5.4 Pour un matériau composé de pores cylindriques de section triangulaire, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 44\,700$ mks rays/cm, $\Omega = 0.232$, $\alpha_\infty = 1$, $d = 0.0374$ cm

On peut donc constater que les deux modèles théoriques, spécifiquement développés pour des matériaux ayant des pores cylindriques de section carrée et triangulaire, sont justes car ils permettent de bien représenter les phénomènes acoustiques en cause. Nous utiliserons ces modèles comme base de comparaison pour examiner le comportement des autres modèles qui se veulent d'application plus générale, *i.e.* qui peuvent prendre en compte des formes de pores diverses.

5.1.2 Modèle généralisé de Biot pour matériaux à pores cylindriques

Ce nouveau modèle, développé spécifiquement pour des pores cylindriques de section quelconque, a été présenté à la section 2.2.6. Les prédictions de ce modèle sont comparées aux Figs 5.5 et 5.6, aux prédictions des modèles exacts décrits à la section précédente (pores rectangulaires et triangulaires) ainsi qu'au modèle exact pour un matériau ayant des pores en forme de fente ("slit"; voir le cas particulier pour un pore rectangulaire présenté à la section 2.2.2). Les modèles exacts sont en traits pleins et les prédictions du modèle généralisé sont en traits pointillés. Ce nouveau modèle est très performant et les traits pointillés se confondent presque partout aux prédictions exactes. Un très léger biais peut être remarqué pour la partie réelle de $\rho(\omega)$ mais la contribution de cette composante est négligeable par rapport à la contribution de la partie imaginaire. Un seul facteur de forme s_g , spécifique à chaque forme de pore doit être utilisé. Ce facteur, estimé en minimisant le paramètre de déviation vaut: 1.05 pour le pore carré, 1.12 pour le pore triangulaire et 0.78 pour la fente.

À partir des Éqs (2.2.67) et (2.2.70), on obtient en basse fréquence pour le modèle généralisé de Biot [Stins91] les expressions suivantes pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$:

$$\rho(\omega) = \frac{\sigma\Omega}{i\omega} + (1 + s_g^2/3) \alpha_\infty \rho_o + \dots \quad (5.1.2)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{i \alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma \Omega} + \dots \right]. \quad (5.1.3)$$

Figure 5.5 Comparaison entre le modèle généralisé de Biot et les modèles théoriques pour des matériaux hypothétiques composés de pores cylindriques de section carrée ("□"): $\sigma = 7\ 260$ mks rays/m, $\Omega = 0.4$, $\alpha_\infty = 1.7$, $a = b = 0.055$ cm, $s_g = 1.05$; triangulaire ("Δ"): $\sigma = 12\ 043$ mks rays/cm, $\Omega = 0.3$, $\alpha_\infty = 1.4$, $d = 0.075$ cm, $s_g = 1.1$; pour une fente ("//"): $\sigma = 9\ 070$ mks rays/cm, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$, épaisseur = 0.02 cm, $s_g = 0.78$; (a) $Z(\omega)$; (b) $m(\omega)$.

Figure 5.6 Comparaison entre le modèle généralisé de Biot et les modèles théoriques pour des matériaux hypothétiques composés de pores cylindriques de section carrée (""): $\sigma = 7\,260$ mks rays/m, $\Omega = 0.4$, $\alpha_\infty = 1.7$, $a = b = 0.055$ cm, $s_g = 1.05$; triangulaire (" Δ ") : $\sigma = 12\,043$ mks rays/cm, $\Omega = 0.3$, $\alpha_\infty = 1.4$, $d = 0.075$ cm, $s_g = 1.1$; pour une fente (" $//$ ") : $\sigma = 9\,070$ mks rays/cm, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$, épaisseur = 0.02 cm, $s_g = 0.78$; (a) $\rho(\omega)$; (b) $K(\omega)$.

En comparant le développement pour $\rho(\omega)$ à l'expression générale obtenue à l'Éq. (2.2.59), on remarque que le terme dominant est le même et qu'il est **indépendant** du facteur de forme. La différence entre les deux développements apparaît seulement dans le deuxième terme qui, en basse fréquence, est négligeable par rapport au premier terme. En comparant maintenant le développement de $K(\omega)$ avec l'expression générale fournie à l'Éq. (2.2.60), on constate que les deux premiers termes sont identiques. Conséquemment, le comportement "basse fréquence" du modèle généralisé de Biot peut être considéré comme juste et fait important à remarquer, il n'est pas fonction du facteur de forme.

Le facteur de forme s_g pourrait être choisi de sorte que la valeur du second terme de l'Éq. (5.1.2) puisse être exacte. Toutefois, il a été remarqué qu'il est plus important de s'assurer que le comportement en haute fréquence puisse être correctement décrit. Pour le modèle généralisé de Biot, on obtient, en haute fréquence à partir des Éqs (2.2.67) et (2.2.70) les expressions limites suivantes:

$$\rho(\omega) \approx \alpha_{\infty} \rho_o \left[1 + s_g \left(\frac{\sigma \Omega}{2i \alpha_{\infty} \rho_o \omega} \right)^{1/2} \right], \quad (5.1.4)$$

$$K(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + s_g (\gamma - 1) \left(\frac{\sigma \Omega}{2i \alpha_{\infty} \rho_o N_{pr} \omega} \right)^{1/2} \right]. \quad (5.1.5)$$

Afin de s'assurer que les Éqs (5.1.4) et (5.1.5) puissent correspondre aux développements "haute fréquence" fournis respectivement par les Éqs (2.2.65) et (2.2.66), on doit choisir le facteur de forme de sorte que (en utilisant la valeur de σ fournie à l'Éq. (2.2.57))

$$s_g = (2/k_o)^{1/2}. \quad (5.1.6)$$

En utilisant les valeurs de la constante k_o fournies à la section 2.2.5 pour les pores cylindriques, on trouve les facteurs de forme suivante: 1.06 pour le pore carré, 1.12 pour le pore triangulaire et 0.816 pour la fente. Ces valeurs correspondent bien, à toute fin pra-

tique, à celles que nous avons estimées expérimentalement en minimisant le paramètre de déviation P_{dv} .

5.1.3 Pores cylindriques circulaires à section variable

Les Figs 5.7 et 5.8 présentent les résultats expérimentaux obtenus à partir de l'échantillon fabriqué de tubes circulaires de téflon de différents diamètres. La prédiction du modèle théorique présenté à la section 2.2.4 y est également illustrée. La correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux est très bonne, compte tenu des difficultés inhérentes à la fabrication et à la caractérisation d'un tel échantillon. La plage de fréquence couverte s'étend de 50 à 1000 Hz. Au-dessus de 1000 Hz, la longueur d'onde dans les pores devient sensiblement égale à la longueur du matériau et les résultats deviennent très erratiques. Ces résultats permettent de s'assurer de la validité du modèle théorique. Ce modèle sera utilisé plus loin afin de tester le modèle de Biot-Allard.

5.2 Modèles semi-phénoménologiques

5.2.1 Modèle de Attenborough

a) Comparaison avec les modèles à pores cylindriques

Pour l'étude du comportement des modèles semi-phénoménologiques, il peut s'avérer intéressant de confronter les limites "hautes et basses fréquences" des modèles avec les expressions fournies à la section 2.2.5. Les développement "basses fréquences" de la densité dynamique $\rho(\omega)$ et du module de compression dynamique $K(\omega)$ du modèle d'Attenborough [Éqs. (2.3.9) et (2.3.11)] sont:

$$\rho_A(\omega) = (2s_p)^2 \frac{\sigma\Omega}{i\omega} + \frac{4}{3} \alpha_{\infty} \rho_o + \dots \quad (5.2.1)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{i \alpha_{\infty} \rho_o N_{pr} \omega}{4s_p^2 \sigma \Omega} + \dots \right] . \quad (5.2.2)$$

En comparant le premier terme (le terme dominant) de l'Éq. (5.2.1) au terme correspondant de l'expression (2.2.59), il devient évident que s_p doit être égal à 0.5 pour que le comportement "basse fréquence" du modèle d'Attenborough soit juste. Le second terme

Figure 5.7 Pour un matériau composé de pores cylindriques à section circulaire de dimension variable, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 68\,700$ mks rays/m, $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$.
(a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.8 Pour un matériau composé de pores cylindriques à section circulaire de dimension variable, comparaison entre les résultats expérimentaux ("o") et le modèle théorique (ligne pleine). $\sigma = 68\,700$ mks rays/m, $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$;

(a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

du développement sera exact seulement pour les pores cylindres circulaires. Le terme dominant du développement de $K(\omega)$ est quant à lui juste et vaut en basse fréquence P_o . En comparant ce développement avec l'Éq. (2.2.60), on trouve que le second terme est juste seulement si $s_p = 0.5$.

En haute fréquence, le modèle d'Attenborough fournit les expressions suivantes:

$$\rho(\omega) \approx \alpha_\infty \rho_o \left[1 + 2s_p \left(\frac{\sigma \Omega}{2i \alpha_\infty \rho_o \omega} \right)^{1/2} \right], \quad (5.2.3)$$

$$K(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + 2s_p (\gamma - 1) \left(\frac{\sigma \Omega}{2i \alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega} \right)^{1/2} \right]. \quad (5.2.4)$$

En comparant ces deux expressions aux équations (2.2.65) et (2.2.66), on trouve que le facteur de forme s_p peut être exprimé en fonction de la perméabilité non-dimensionnelle k_o via l'expression suivante:

$$s_p = 1/\sqrt{2k_o}. \quad (5.2.5)$$

En haute fréquence, s_p doit être égal à 0.529 pour le pore carré, 0.548 pour le pore triangulaire et 0.408 pour la fente.

Pour le modèle d'Attenborough utilisé pour des matériaux ayant des pores cylindriques, le facteur de forme doit donc varier en fonction de la fréquence si l'on veut que les limites hautes et basses fréquences soient respectées. Ceci est illustré graphiquement aux Figs 5.9 et 5.10 en comparant la prédiction du modèle d'Attenborough à la prédiction pour un matériau poreux hypothétique dont on connaît exactement le comportement. Supposons que le matériau est composé de minces fentes de 0.02 cm de largeur. Supposons également que la porosité Ω de ce matériau est 0.9, que la tortuosité α_∞ est de 1.5 et que la résistance au passage de l'air σ est de 9.07 cgs rayls/cm. L'impédance caractéristique et la constante de propagation de ce matériau peuvent être calculées avec les expressions fournies par les Éqs. (2.2.23) et (2.2.24). Les quantités $Z(\omega)$, $m(\omega)$, $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ ainsi obtenues sont montrées en traits pleins aux Figs 5.9 et 5.10. En utilisant les mêmes caractéristiques physiques, les valeurs prédites par le modèle d'Attenborough sont

Figure 5.9 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pointillée pour trois facteurs de forme s_p différents) au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente. Épaisseur de la fente: 0.02 cm, $\sigma = 9\,070$ mks rays/m, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.10 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pointillée pour trois facteurs de forme s_p différents) au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente. Épaisseur de la fente: 0.02 cm, $\sigma = 9\,070$ mks rays/m, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$, (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

illustrées sur ces mêmes figures pour trois valeurs de facteurs de forme s_p soit 0.4, 0.5 et 0.6. Il devient évident qu'en basse fréquence, s_p doit être égal à 0.5 pour que $Z(\omega)$ et $\rho(\omega)$ soient correctement prédits. En haute fréquence, ce choix conduit à une mauvaise évaluation de la constante de propagation car une valeur de 0.408 devrait être utilisée dans cette zone.

Ce résultat est fort important. Pour la première fois, on démontre clairement que le facteur de forme du modèle d'Attenborough doit dépendre de la fréquence et que l'utilisation d'un facteur de forme constant ne peut satisfaire simultanément les hautes et les basses fréquences. Il devient donc difficile, à partir de résultats obtenus dans une bande de fréquence donnée, d'utiliser le modèle d'Attenborough pour extrapoler ces résultats hors de cette plage fréquentielle.

b) Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe

Deux matériaux "réels" ont été testés soient le Filtros® et le Coors®. En utilisant les caractéristiques physiques mesurées sur ces deux matériaux et en ajustant dans chacun des cas la valeur du facteur de forme, le modèle d'Attenborough permet d'obtenir une prédiction théorique du comportement acoustique pour ces deux matériaux. Les prédictions de ce modèle sont comparées aux résultats expérimentaux aux Figs 5.11 à 5.14. Il n'a pas été possible de mesurer la constante de propagation au-delà de 1000 Hz pour l'échantillon Filtros® car le signal au microphone situé à l'arrière du matériau dans la cavité, était trop faible.

Les paramètres physiques (porosité, tortuosité et résistance au passage de l'air) ne sont pas mesurés avec une précision parfaite et un certain degré d'incertitude peut donc être associée à ces paramètres. Ces quantités sont utilisées comme valeurs d'entrée dans le modèle d'Attenborough. Il est donc tout à fait justifié de se demander quel serait l'effet de ces imprécisions sur les prédictions du modèle. Étant donné que ces paramètres physiques sont mesurés avec une précision de l'ordre de 1%, il a été vérifié que même si tous

Figure 5.11 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filtrors $\sigma = 44\ 500\ \text{mks rays/m}$, $\Omega = 0.432$, $a_\infty = 1.7$, $s_p = 0.495$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.12 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filtrors $\sigma = 44$ 500 mks rays/m, $\Omega = 0.432$, $\alpha_\infty = 1.7$, $s_p = 0.495$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

Figure 5.13 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2.0$, $s_p = 0.5$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.14 Comparaison du modèle d'Attenborough (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2.0$, $s_p = 0.5$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

ces paramètres étaient décalés dans la même direction, la variation des prédictions serait à toute fin pratique négligeable et imperceptible sur les graphiques.

Les valeurs des facteurs de forme obtenues par ajustement sont respectivement de 0.495 pour l'échantillon de Filtros® et de 0.500 pour le Coors®. Au-dessus de chaque graphique, les valeurs du paramètre non-dimensionnel λ non pondéré par le facteur de forme *i.e.* $8\omega\rho_o\alpha_\infty / \sigma\Omega$ sont indiquées. On peut constater que pour les fréquences acoustiques utilisées (50-5000Hz), la valeur de ce paramètre est relativement faible, indiquant que les pertes visqueuses dominent le phénomène. Pour l'échantillon de Filtros qui a une résistance au passage de l'air élevée, on constate en effet que la partie réelle de $K(\omega)$ est quasi constante et égale à 1. Ceci indique que les pores de ce matériau sont très petits et que les échanges thermiques sont essentiellement isothermiques.

La valeur du facteur de forme (évaluée par ajustement) pour les deux matériaux est essentiellement égale à 0.5. Ceci est révélateur et indique également que les basses fréquences dominant car tout autre choix aurait eu un effet néfaste et drastique sur la partie imaginaire de $\rho(\omega)$. La prédiction du modèle d'Attenborough est donc relativement juste en basse fréquence car avec $s_g = 0.5$, les limites "basses fréquences" de $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ sont exactes. En haute fréquence (4500 Hz), la prédiction de Attenborough (surtout pour la partie réelle de $Z(\omega)$ et pour l'échantillon ayant une plus faible résistance au passage de l'air (Coors®) s'écarte systématiquement des points expérimentaux, la courbe étant à l'extérieur des limites d'incertitude. Ceci n'est pas surprenant et est très marqué pour la partie réelle de $K(\omega)$ car comme nous l'avons déjà indiqué, le facteur de forme du modèle d'Attenborough doit varier en fonction de la fréquence et devrait être ajusté différemment pour les hautes et les basses fréquences.

5.2.2 Modèle de Biot-Allard

a) Comparaison avec les modèles à pores cylindriques

Le développement "basse fréquence" de la densité dynamique $\rho(\omega)$ et du module de compression dynamique $K(\omega)$ du modèle de Biot-Allard [Éqs. (2.3.4) et (2.3.8)] sont:

$$\rho_B(\omega) = \frac{\sigma\Omega}{i\omega} + (1 + s^2/3) \alpha_\infty \rho_o + \dots \quad (5.2.6)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{i s^2 \alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma\Omega} + \dots \right] . \quad (5.2.7)$$

La densité dynamique $\rho(\omega)$ du modèle de Biot-Allard est identique à celle du modèle de Biot généralisé. Le comportement de la limite "basse fréquence" de $\rho(\omega)$ est donc le même que celui que nous avons analysé à la section 5.1.2. Soulignons que contrairement au modèle d'Attenborough, le première terme de l'Éq. (5.2.6) (le terme dominant) est exact et que le facteur de forme s peut être ajusté pour que les deux premiers termes de $\rho(\omega)$ soient justes. L'Éq. (5.2.7) pour $K(\omega)$ est identique à l'Éq. (5.2.2) car le modèle de Biot-Allard et d'Attenborough utilisent la même expression fournie originalement par Zwicker et Kosten [Zwikk49] pour un pore cylindrique circulaire.

Les limites "hautes fréquences" pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ du modèle de Biot-Allard sont:

$$\rho_B(\omega) \approx \alpha_\infty \rho_o \left[1 + s \left(\frac{\sigma\Omega}{2i \alpha_\infty \rho_o \omega} \right)^{1/2} \right] , \quad (5.2.8)$$

$$K(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + \frac{1}{s} (\gamma - 1) \left(\frac{\sigma\Omega}{2i \alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega} \right)^{1/2} \right] . \quad (5.2.9)$$

En comparant respectivement les Éqs. (5.2.8) et (5.2.9) aux Éqs. (2.2.65) et (2.2.66), on s'aperçoit qu'il n'est pas possible de trouver en haute fréquence pour des pores de forme circulaire, une relation entre s et k_o . Seul les pores cylindriques circulaires avec un facteur de forme égal à 1 peuvent être exactement représentés par ces équations. En effet, en haute fréquence, le facteur de forme pour le modèle de Biot-Allard pour des pores droits influence $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ dans des directions qui ne sont pas compatibles entre elles; s apparaissant au numérateur pour $\rho(\omega)$ et au dénominateur pour $K(\omega)$.

En utilisant le même matériau hypothétique que lors de l'analyse du modèle d'Attenborough, la prédiction du modèle de Biot-Allard est comparée avec le modèle exact pour un matériau ayant des pores en forme de fente. Les résultats sont illustrés aux Figs 5.15 et 5.16. Trois facteurs de formes différentes sont utilisés ici soit 1.25, 1.0 et 0.8333. En comparant les Éqs (2.3.7) et (2.3.10), on constate que $s = 1/(2s_p)$. Ces facteurs de forme correspondent donc aux trois valeurs utilisées lors de l'analyse du modèle d'Attenborough soit respectivement 0.4, 0.5 et 0.6. À la Fig. 5.16 (a), on constate que contrairement au modèle d'Attenborough, ce modèle permet d'ajuster la partie réelle de $\rho(\omega)$. En basse fréquence, la partie imaginaire de $\rho(\omega)$ (la partie dominante) est correctement prédite et est indépendante du facteur de forme. La Fig. 5.16 (b) pour $K(\omega)$ est identique à la Fig. 5.10 (b). Les limites "hautes et basses fréquences" sont respectées (1. et 1.4). Notons que tous les modèles présentés dans cet ouvrage sont des modèles approximatifs *i.e.* des modèles qui utilisent des expressions obtenues pour des cas particuliers et qui, en changeant certains paramètres, sont appliqués à d'autres situations. Le modèle de Biot-Allard fournit quant à lui, une prédiction exacte pour les hautes et les basses fréquences. Aux fréquences intermédiaires, le facteur de forme tente d'améliorer la correspondance.

Comme nous avons pu constater, l'utilisation d'un seul facteur de forme influence différemment $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Ceci est particulièrement visible pour des matériaux composés de pores cylindriques droits. Pour $\rho(\omega)$ montré à la Fig. 5.16 (a), on aimerait pouvoir utiliser une valeur pour s inférieure à 0.833. Ceci aurait cependant pour effet d'éloigner davantage $K(\omega)$ de la valeur exacte. Pour cette raison, ce modèle n'est pas très performant pour décrire le comportement de matériaux composés de pores droits.

b) Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe

Aux Figs 5.17 à 5.20, le comportement du modèle de Biot-Allard est confronté aux résultats expérimentaux obtenus pour les matériaux Filtros® et Coors®. La valeur du

Figure 5.15 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne poinillée pour trois facteurs de forme s différents) au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente. Épaisseur de la fente: 0.02 cm, $\sigma = 9\,070$ mks rays/m, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.16 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pointillée) pour trois facteurs de forme λ différents) au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau hypothétique composé de pores ayant une forme de fente. Épaisseur de la fente: 0.02 cm, $\sigma = 9\,070$ mks rays/m, $\Omega = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.5$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

Figure 5.17 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filters $\sigma = 44$ 500 mks rays/m, $\Omega = 0.432$, $\alpha_\infty = 1.7$, $s = 1.37$;

(a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.18 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filhos $\sigma = 44$ 500 mks rays/m, $\Omega = 0.432$, $\alpha_\infty = 1.7$, $s = 1.37$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

Figure 5.19 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2.0$, $s = 1.58$;

(a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.20 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2.0$, $s = 1.58$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

facteur de forme s est de 1.3 pour le premier matériau et de 1.58 pour le deuxième. La correspondance entre le modèle et l'expérience est excellente et contrairement au modèle d'Attenborough, on ne peut remarquer de biais en haute fréquence. Nous croyons que ce très bon comportement du modèle est en partie dû au fait que le facteur de forme influence différemment les quantités $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Cette caractéristique était nuisible pour les pores cylindriques mais, pour les matériaux dont la dimension de la section varie, elle s'avère bénéfique. Plus de détails seront fournis à ce sujet à la section 5.3.1.

c) Comparaison avec le modèle à pores cylindriques à section variable

Un modèle composé de pores cylindriques ayant des sections variables a été présenté à la section 2.2.4. Un échantillon composé de pores cylindriques a été construit (voir section 4.1.2) et cet échantillon a permis de démontrer la validité du modèle (voir section 5.1.3). En tenant compte du fait que la dimension de la section des pores change, ce modèle permet donc de représenter de façon plus réaliste le comportement acoustique des matériaux ayant des géométries internes complexes *i.e.* des matériaux appelés communément matériaux "réels".

Aux Figs 5.21 et 5.22, les prédictions du modèle de Biot-Allard (traits hachurés) sont comparées au modèle exact (traits pleins) et aux valeurs expérimentales. Le facteur de forme s (ajusté pour minimiser P_{dv}) pour le modèle de Biot-Allard vaut 0.96. Il est évident ici que le modèle de Biot-Allard ne permet pas d'obtenir une prédiction valable. Ceci est particulièrement vrai pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Pour la densité dynamique, la correspondance entre les valeurs prédites et le modèle théorique est très bonne. Cependant, pour $K(\omega)$, les résultats sont clairement erronés.

Le paramètre non-dimensionnel du modèle de Biot-Allard λ est calculé à partir de l'équation suivante:

$$\lambda = s \left(\frac{8\omega\rho_0\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2} . \quad (5.3.10)$$

Figure 5.21 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne pointillée) aux résultats expérimentaux ("o") et au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable: $\sigma = 68\,700\text{ mks rays/m}$, $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$, $s = 0.96$; (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.22 Comparaison du modèle de Biot-Allard (ligne poinillée) aux résultats expérimentaux ("o") et au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable: $\sigma = 68\,700$ mks rays/m, $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$, $s = 0.96$; (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

Cette équation, basée sur la résistance au passage de l'air, établit un lien entre un rayon équivalent du pore et les pertes visqueuses dans ce dernier. La résistance au passage de l'air y joue donc un rôle de premier plan. Pour un matériau dont la dimension de la section varie, cette résistance au passage de l'air est principalement associée à la partie des pores où la section est la plus petite. Les effets thermiques, associés au module de compression dynamique, sont reliés quant à eux à un aspect différent de la géométrie des pores soit aux parties des pores ayant une section importante. Il devient donc évident que de tenter d'utiliser un seul et même facteur de forme (qui est relié surtout à la résistance au passage de l'air et donc à $\rho(\omega)$) ne peut conduire pour cet échantillon, qu'à des résultats erronés pour $K(\omega)$.

5.3 Nouveaux modèles

5.3.1 Modèles à deux paramètres

Les résultats obtenus sur l'échantillon à pores cylindriques à section variable nous ont permis de démontrer expérimentalement que les quantités $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ sont associées à des aspects géométriques des pores distincts et différents. Ceci constitue un résultat important de cet ouvrage. À notre connaissance, ce phénomène n'avait jamais été démontré expérimentalement jusqu'à ce jour. Notons que Buser [Buser86], en étudiant un modèle à structure rigide utilisé pour prédire l'impédance de la neige mentionnait: "That viscous losses are determined by the smallest pore dimensions while compressibility effects would be largely determined by the large cross-sectional dimension of the pores". Buser n'a toutefois pu apporter aucune preuve expérimentale à cette affirmation.

Nous avons donc démontré que l'utilisation par les modèles de Biot-Allard (le modèle d'Attenborough conduit au même résultat) d'un seul paramètre est donc fondamentalement erronée. L'emploi de deux paramètres distincts s'avère donc un choix logique tout à fait justifié. Ce "nouveau modèle" à deux paramètres est donc plus général et a déjà été décrit à la section 2.4.1. Il est identique au modèle de Biot-Allard sauf que deux para-

mètres non-dimensionnels distincts λ_ρ et λ_K sont respectivement associés à $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Pour le matériau à pores cylindriques à section variable, le nouveau modèle a été utilisé et les deux facteurs de forme ont été mis à contribution pour minimiser le paramètre de déviation P_{dv} . Les valeurs des deux facteurs de forme s_ρ et s_K trouvées par ajustement sont respectivement 0.94 et 5.21. Comme on peut le constater, les facteurs de forme pour ce matériau sont très différents. En comparant les quantités acoustiques $Z(\omega)$, $m(\omega)$, $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$ fournies par le modèle à deux paramètres aux mêmes quantités obtenues par le modèle théorique, on s'aperçoit que les résultats coïncident presque parfaitement de sorte que l'on ne peut distinguer graphiquement les différences aux Figs 5.21 et 5.22. Ce modèle, qui est plus général que le modèle de Biot-Allard, est donc très performant et permet d'obtenir une concordance presque parfaite.

Pour cet échantillon, on considère que les pores sont circulaires. Sachant que pour chaque section, $\lambda_j = a_j(\rho_o\omega/\eta)^{1/2}$ et $\sigma_j = 8\rho_o\omega/\lambda_j^2$, l'expression suivante peut être obtenue pour λ_ρ :

$$\lambda_\rho^2 = \sum \frac{\Delta\ell_j}{A_j} / \sum \frac{1}{\lambda_j^2} \frac{\Delta\ell_j}{A_j} . \quad (5.3.11)$$

Le paramètre λ_K est quant à lui, associé à $K(\omega)$ et peut être calculé avec l'Éq. (2.2.51). Après quelques transformations algébriques en utilisant les deux premiers termes du développement en basse fréquence de $T(\zeta)$, on obtient l'expression suivante pour λ_K :

$$\lambda_K^2 = \sum \lambda_j^2 A_j \Delta\ell_j / \sum A_j \Delta\ell_j . \quad (5.3.12)$$

Grâce aux équations (5.3.11) et (5.3.12), en connaissant la dimension des rayons des pores, il est possible de calculer le rapport λ_K/λ_ρ qui vaut pour cet échantillon 5.57. Ce rapport est aussi égal à s_ρ/s_K . En utilisant les valeurs trouvées expérimentalement, on obtient 5.68 (5.21/0.94). Cette dernière valeur se compare bien à 5.57. On démontre ainsi la justesse du modèle à deux paramètres.

Il est donc évident que deux paramètres ajustables sont nécessaires ici. On pourrait se demander par contre pourquoi le modèle de Biot-Allard avec un seul paramètre arrive quand même à bien prédire le comportement des échantillons Filtros® et Coors®. Deux raisons peuvent expliquer cette bonne performance du modèle de Biot-Allard. Il est fort possible que la géométrie des matériaux "réels" (variations des sections des pores) ne soit pas aussi "extrême" que celle de l'échantillon à pores cylindriques circulaires. Les facteurs de forme seraient alors plus près l'un de l'autre et la résolution associée aux résultats expérimentaux ne nous permettrait pas de justifier l'utilisation de deux facteurs de forme.

En examinant les Éqs (5.2.8) et (5.2.9), nous avons déjà mentionné que le facteur de forme n'influence pas de la même façon $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$. Pour un s donné, la résistance au passage de l'air de l'Éq. (5.2.8) est augmentée d'un facteur s^2 . Pour $K(\omega)$ [Éq. (5.2.10)], la résistance au passage de l'air est divisée par le facteur s^2 comme si la section du pore était plus grande (ce qui est souhaitable). Pour les matériaux réels, le facteur de forme du modèle de Biot-Allard (lorsque >1) joue donc un double rôle. Avec un seul facteur de forme, le modèle de Biot-Allard considère deux grandeurs distinctes de pore et ceci peut, comme c'est le cas pour les matériaux réels, conduire à des résultats acceptables.

5.3.2 Modèle à deux longueurs caractéristiques

Les modèles d'Attenborough et de Biot-Allard tirent leurs origines de sources bien différentes. Dans le cas du premier de ces modèles soit celui d'Attenborough, on établit les équations à partir de la solution d'un pore cylindrique circulaire droit. On généralise ensuite pour un matériau en introduisant la porosité et la tortuosité. Pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires, le modèle est exact. Pour les matériaux réels, un facteur de forme est utilisé pour ajuster la dépendance fréquentielle (exacte seulement pour un pore cylindrique circulaire) espérant ainsi tenir compte de l'influence de la forme complexe des pores.

Pour le modèle de Biot-Allard, la densité dynamique est obtenue à partir des équations générales de Biot qui ont été développées pour un matériau poreux dont la géométrie interne des pores est quelconque. Le modèle le Biot-Allard est ensuite obtenu en faisant intervenir là aussi la solution pour un pore cylindrique circulaire.

Johnson *et al.* [Johns87] ont proposé une expression pour la dépendance fréquentielle de la densité complexe qui est à la base du modèle que nous avons appelé modèle à deux longueurs caractéristiques. Cette expression n'est pas associée à une forme de pore donnée, elle est relativement simple car elle n'utilise pas de fonction de Bessel.

Johnson *et al.* suggèrent pour la densité dynamique, une expression (Éq.(2.4.16)) qui respecte la dépendance fréquentielle du premier terme de la limite "basse fréquence" (Éq. 2.4.18)) et des deux termes dominants pour la limite "haute fréquence" (Éq. (2.4.9)). Fait intéressant, ils mentionnent que toute fonction qui respecterait les propriétés générales d'un matériau poreux [Éqs (2.1.10) à (2.1.14)], fournirait par ailleurs une solution acceptable.

Contrairement aux modèles d'Attenborough ou de Biot-Allard, le modèle à deux longueurs caractéristiques ne s'appuie pas sur une solution pour une forme de pore donnée mais utilise à la place des expressions qui respectent les limites "hautes et basses fréquences".

a) Comparaison avec les modèles à pores cylindriques

Le développement "basse fréquence" de la densité dynamique $\rho_A(\omega)$ et du module de compression dynamique $K_A(\omega)$ du modèle à deux longueurs caractéristiques sont:

$$\rho_A(\omega) = \frac{\sigma\Omega}{i\omega} + \alpha_\infty \rho_o \left[1 + \frac{1}{4s_3^2} \right] + \dots \quad (5.3.13)$$

$$K_A(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{i\alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma\Omega} + \dots \right] . \quad (5.3.14)$$

La limite "basse fréquence" $K_A(\omega)$ est identique aux deux premiers termes de l'Éq. (2.2.60). En comparant l'Éq. (5.3.13) à l'Éq. (2.2.59), on peut obtenir différentes valeurs pour s_3 afin d'ajuster la partie réelle de la densité complexe.

Les limites "hautes fréquences" pour $\rho_A(\omega)$ et $K_A(\omega)$ sont:

$$\rho_A(\omega) \approx \alpha_\infty \rho_o \left[1 + \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\omega\rho_o} \right)^{1/2} \right], \quad (5.3.15)$$

$$K_A(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + (\gamma - 1) \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\rho_o N_{pr}\omega} \right)^{1/2} \right]. \quad (5.3.16)$$

Ces deux dernières expressions sont en tout point identiques aux Éqs. (2.2.65) et (2.2.66). Il ne serait donc pas étonnant que le modèle à deux longueurs caractéristiques puisse très bien prédire le comportement des matériaux composés de pores cylindriques. Les Figs 5.23 et 5.24 permettent de comparer le comportement de ce modèle aux modèles exacts pour les pores de section carrée, triangulaire et de forme de fente. Pour ce cas particulier et étant donné que le pore est uniforme, un seul facteur de forme est utilisé et $\sigma = \sigma'$. La concordance peut être jugée comme très satisfaisante. Des écarts importants apparaissent pour la partie réelle de $\rho(\omega)$ qui, comme on le sait, n'est pas le terme dominant en basse fréquence.

b) Comparaison avec le modèle à pores cylindriques à section variable

La comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus grâce au matériau composé de pores cylindriques à section variable s'était avérée un test très sévère pour les modèles de Biot-Allard et d'Attenborough. Les Figs 5.25 et 5.26 montrent la justesse du modèle à deux longueurs caractéristiques pour ce même matériau. La valeur des trois paramètres ajustables est: $s_3 = 0.93$, $s_4 = 4.8$; $\sigma' = 2\,600$ mks rays/m. La correspondance est quasi parfaite. Ici aussi, on peut remarquer que la longueur caractéristique Λ' associée à s_4 est beaucoup plus grande que Λ . Notons que σ' est bien inférieur à σ .

Figure 5.23 Comparaison entre le modèle à deux longueurs caractéristiques et les modèles théoriques pour des matériaux hypothétiques composés de pores cylindriques de section carrée ("□"); $\sigma = \sigma' = 7\,260$ mks rays/cm, $\Omega = 0.4$, $\alpha_\infty = 1.7$, $a = b = 0.055$ cm, $s_3 = s_4 = 0.92$; triangulaire ("Δ"); $\sigma = \sigma' = 12\,043$ mks rays/cm, $\Omega = 0.3$, $\alpha_\infty = 1.4$, $d = 0.075$ cm, $s_3 = s_4 = 0.81$; pour une fente ("//"); $\sigma = \sigma' = 9\,070$ mks rays/cm, $\Omega = 0.9$; $\alpha_\infty = 1.5$, épaisseur = 0.02 cm, $s_3 = s_4 = 1.09$; (a) $Z(\omega)$; (b) $m(\omega)$.

Figure 5.24 Comparaison entre le modèle à deux longueurs caractéristiques et les modèles théoriques pour des matériaux hypothétiques composés de pores cylindriques de section carrée ("□"); $\sigma = \sigma' = 7\,260$ mks rays/cm, $\Omega = 0.4$, $\alpha_\infty = 1.7$, $a = b = 0.055$ cm, $s_3 = s_4 = 0.92$; triangulaire ("Δ"); $\sigma = \sigma' = 12\,043$ mks rays/cm, $\Omega = 0.3$, $\alpha_\infty = 1.4$, $d = 0.075$ cm, $s_3 = s_4 = 0.81$; pour une fente ("//"): $\sigma = \sigma' = 9\,070$ mks rays/cm, $\Omega = 0.9$; $\alpha_\infty = 1.5$, épaisseur = 0.02 cm, $s_3 = s_4 = 1.09$; (a) $\rho(\omega)$; (b) $K(\omega)$.

Figure 5.25 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pointillée) aux résultats expérimentaux ("o") et au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable. $\sigma = 68\,700$ mks rays/m; $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$, $\sigma' = 2\,600$ mks rays/m, $s_3 = 0.93$, $s_4 = 4.8$;

(a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.26 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pointillée) aux résultats expérimentaux ("o") et au modèle théorique (ligne pleine) pour un matériau composé de pores cylindriques circulaires à section variable. $\sigma = 68$ 700 mks rays/m, $\Omega = 0.392$, $\alpha_\infty = 4.06$, $\sigma' = 2$ 600 mks rays/m, $s_3 = 0.93$, $s_4 = 4.8$;
 (a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

c) Comparaison avec les matériaux à structure interne complexe

Les résultats expérimentaux obtenus avec les matériaux réels Filtros® et Coors® sont comparés aux prédictions du modèle à deux longueurs caractéristiques aux Figs 5.27 à 5.30. La correspondance est très bonne et elle est équivalente à ce qui avait été obtenue pour le modèle de Biot-Allard. Notons que dans le cas de l'échantillon Coors®, il a été difficile de trouver un ensemble de paramètres optimum car les variations associées aux ajustements des paramètres sont peu importantes. Nous croyons que ceci peut être associé au fait que la transition isothermique-adiabatique se situe très loin de la zone de fréquence considérée, et que par conséquent, il y a très peu de variations dans la partie réelle de $\rho(\omega)$ et dans le terme $K(\omega)$.

Ce nouveau modèle est donc capable de bien représenter le comportement de matériaux composés de pores cylindriques ou de matériaux réels. N'utilisant pas de fonctions de Bessels, son utilisation en est d'autant simplifiée. Il nécessite cependant l'utilisation de trois paramètres ajustables ce qui peut facilement être perçu comme un sérieux inconvénient.

Figure 5.27 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filtros: $\sigma = 44\ 500$ mks rays/m, $\Omega = 0.432$, $\alpha_{\infty} = 1.7$, $\sigma' = 27\ 500$ mks rays/m, $s_3 = 0.62$, $s_4 = 2.45$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.28 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Filtror: $\sigma = 44\ 500$ mks rays/m, $\Omega = 0.432$, $\alpha_\infty = 1.7$, $\sigma' = 27\ 500$ mks rays/m, $s_3 = 0.62$, $s_4 = 2.45$;

(a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

Figure 5.29 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors: $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$; $\alpha_\infty = 2.0$, $\sigma' = 66\,000$ mks rays/m, $s_3 = s_4 = 0.55$;
 (a) Impédance caractéristique $Z(\omega)$; (b) Constante de propagation $m(\omega)$.

Figure 5.30 Comparaison du modèle à deux longueurs caractéristiques (ligne pleine) aux résultats expérimentaux ("o") pour le matériau Coors: $\sigma = 380\,000$ mks rays/m, $\Omega = 0.436$, $\alpha_\infty = 2.0$, $\sigma' = 66\,000$ mks rays/m, $s_3 = s_4 = 0.55$;

(a) Densité dynamique $\rho(\omega)$; (b) Module de compression dynamique $K(\omega)$.

CONCLUSION

L'objectif premier de cette thèse était d'étudier le comportement acoustique de différents modèles théoriques en les comparant à des résultats expérimentaux. À cette fin, un système intégré pour la mesure des caractéristiques physiques et acoustiques a été développé et fabriqué. Nous avons développé un appareil pour la mesure de la porosité qui ne nécessite pas de liquide ni pour la mesure ni pour stabiliser la température. La dérive du système, dû à un changement de température doit cependant être prise en considération. L'exactitude des résultats est directement reliée à l'exactitude de la mesure du volume occupé par l'échantillon.

La tortuosité est mesurée au moyen d'une technique utilisant un liquide saturant conducteur. En utilisant des électrodes de mesure différentes des électrodes de courant, nous avons développé une technique qui permet de s'affranchir des problèmes reliés aux résistances de contact entre l'électrode et l'électrolyte. Cette technique permet de plus, d'assurer un contact parfait avec le milieu poreux.

Pour la mesure des propriétés acoustiques des matériaux poreux, nous avons utilisé plusieurs techniques complémentaires dans le but de maximiser l'exactitude des résultats et de couvrir une large gamme de fréquence. Deux nouvelles techniques ont été

développées. Nous avons montré que pour des matériaux d'une certaine épaisseur et à forte résistance au passage de l'air, la nouvelle technique utilisant une fonction de transfert mesurée de chaque côté du matériau est la seule capable de fournir des résultats valables.

Des résultats expérimentaux ont été obtenus pour des matériaux à pores cylindriques à section carrée, triangulaire et à section variable et pour deux types de matériaux réels.

Parallèlement à cette démarche expérimentale, il s'est avéré très intéressant de considérer de nouveaux modèles dits "exacts" pour des matériaux composés de pores cylindriques droits. Ces modèles nous ont permis de vérifier dans un premier temps l'exactitude des différents appareils composant le système de mesure. Ils ont également été utilisés pour étudier le comportement des modèles semi-phénoménologiques proposés dans la littérature. Pour un matériau composé de pores droits mais dont la forme de la section est quelconque, nous avons proposé un nouveau modèle basé sur l'expression de la densité dynamique issue de la théorie de Biot. En le confrontant à des résultats théoriques et expérimentaux, nous avons démontré la justesse de ce modèle .

Nous avons mis en évidence, que ce soit pour les matériaux à pores cylindriques ou pour les matériaux réels, que le modèle d'Attenborough utilise un facteur de forme qui **doit** être dépendant de la fréquence. Cela est une limitation sérieuse de ce modèle car il devient alors difficile d'extrapoler les résultats à l'extérieur de la plage de fréquence mesurée.

Le comportement du modèle de Biot-Allard s'est avéré très performant pour les matériaux réels. Pour ces matériaux, nous avons montré que le facteur de forme unique de ce modèle influençait différemment mais correctement la densité complexe et le module de compression. Pour un matériau dont les pores ont des variations de sections importantes, nous avons montré que ni le modèle d'Attenborough ni le modèle de Biot-Allard n'arrivent à fournir des résultats valables. Pour ces matériaux, il n'est pas possible d'utiliser un

seul facteur de forme. En effet, la densité dynamique est associée à des formes géométriques du pore très différentes de celles régissant le comportement du module de compression dynamique. Conséquemment et de façon générale, il est donc nécessaire d'utiliser deux facteurs de forme afin d'obtenir les bonnes dépendances fréquentielles pour la densité dynamique et le module de compressibilité. Un nouveau modèle utilisant deux paramètres ajustables a donc été proposé. Ce modèle nous a permis de très bien représenter le comportement du matériau composé de pores cylindriques à section variable.

Malgré le fait que l'objectif premier de cette thèse était d'étudier le comportement de modèles existants, l'étude de ces modèles nous a amené à considérer une approche originale qui a donné naissance à un nouveau modèle (modèle à deux longueurs caractéristiques). Une nouvelle longueur caractéristique Λ' a été introduite. Cette longueur est associée au module de compressibilité dynamique du fluide saturant le matériau. Contrairement au modèle d'Attenborough et de Biot-Allard qui utilisent des fonctions de Bessels, la dépendance fréquentielle de ce modèle est formulée au moyen d'une expression plus simple. En confrontant ce modèle aux résultats expérimentaux obtenus tant sur les matériaux à pores droits que sur les matériaux réels, nous avons démontré qu'il est très performant. Pour les matériaux réels, ce modèle nécessite cependant l'ajustement de trois paramètres.

Les phénomènes acoustiques qui se produisent dans un matériau poreux lors du passage d'un ébranlement du fluide sont très complexes. Lorsque le fluide saturant est de l'air il faut, en plus des pertes visqueuses, tenir compte de la dépendance fréquentielle du module de compression du fluide. La résistance au passage de l'air, quantité que l'on peut mesurer expérimentalement, est étroitement reliée à une densité dynamique et donc aux pertes visqueuses. À notre connaissance, il n'existe cependant pas de paramètre physique non acoustique, mesurable expérimentalement qui pourrait fournir des renseignements sur les phénomènes thermiques reliés au module de compression. Nous

croyons que l'identification et le développement d'une approche expérimentale permettant de mesurer un tel paramètre constitueraient un axe de développement intéressant. Ce paramètre supplémentaire associé à $K(\omega)$, permettrait possiblement de s'affranchir de l'utilisation de paramètre ajustable. Ceci permettrait de se rapprocher d'un objectif recherché par plusieurs à savoir, être capable de prédire le comportement acoustique *ab initio* à partir des caractéristiques physiques et mécaniques et des mesures expérimentales non-acoustiques.

Nous avons démontré dans cet ouvrage que des mesures expérimentales précises permettaient de faire progresser les connaissances théoriques. Les matériaux considérés ici ont une structure rigide. La prochaine étape logique consisterait à étudier le comportement de matériaux à structures flexibles. On pourrait ainsi mettre en relief l'importance de la contribution du mouvement de cette structure en fonction de ses caractéristiques physiques. Cet objectif comporte cependant un défi de taille car plusieurs paramètres physiques supplémentaires devront être mesurés avec précision.

ANNEXE

Afin de fournir une vue d'ensemble des modèles présentés au chapitre 2, on trouvera dans cette annexe un tableau résumant les principales expressions associées à chacun des modèles.

2.2 Modèles à pores cylindriques	
2.2.1 Pores cylindriques	
$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_c = \alpha_{\infty} \rho_o / [1 - 2 T(\lambda \sqrt{-i}) / (\lambda \sqrt{-i})]$	(2.2.5)
où	
$T(\lambda \sqrt{-i}) = J_1(\lambda \sqrt{-i}) / J_0(\lambda \sqrt{-i})$	
et	
$\lambda = a(\omega \rho_o / \eta)^{1/2}$	
$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + 2(\gamma - 1) T(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i})]$	(2.2.14)
2.2.2 Pores à section rectangulaire	
$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o / [1 - \tanh(\lambda \sqrt{i}) / (\lambda \sqrt{i})]$	(2.2.23)
$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + (\gamma - 1) \tanh(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{i})]$	(2.2.24)
2.2.3 Pores à section triangulaire	
$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o \epsilon^2 / (\epsilon^2 - 3\epsilon \coth \epsilon + 3)$	(2.2.37)
$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{N_{pr} \epsilon^{1/2} - 3 N_{pr}^{1/2} \epsilon \coth N_{pr}^{1/2} \epsilon + 3}{N_{pr} \epsilon^2} \right]$	(2.2.38)
où	
$\epsilon = \left[\frac{3}{16} i \omega \rho_o d^2 / \eta \right]^{1/2}$	(2.2.36)

2.2.4 Pores cylindrique à section variable

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \sum \rho_j(\omega) \frac{\Delta \ell_j}{A_j} / \sum \frac{\Delta \ell_j}{A_j}, \quad (2.2.45)$$

$$K(\omega) = \sum A_j \Delta \ell_j / \left[\sum A_j \Delta \ell_j / K_j(\omega) \right], \quad (2.2.51)$$

où

$$K_j(\omega) = 1 / C_j(\omega),$$

et

$$C(\omega) = \frac{\sum C_j(\omega) A_j \Delta \ell_j}{\sum A_j \Delta \ell_j}. \quad (2.2.50)$$

2.2.5 Limites "hautes et basses fréquences" pour $\rho(\omega)$ et $K(\omega)$

$$\rho(\omega) \approx \alpha_{\infty} \rho_o \left[1 + \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\omega \rho_o} \right)^{1/2} \right], \quad (2.2.65)$$

$$K(\omega) \approx \gamma P_o / \left[1 + (\gamma - 1) \frac{2}{r_h} \left(\frac{\eta}{i\rho_o N_{pr} \omega} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.2.66)$$

2.2.6 Modèle généralisé de Biot pour matériau à pores cylindriques

$$\rho(\omega) = \alpha_{\infty} \rho_o + \frac{\sigma \Omega}{i\omega} F(\lambda), \quad (2.2.67)$$

où

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda \sqrt{-i} T(\lambda \sqrt{-i})}{[1 - 2T(\lambda \sqrt{-i})/(\lambda \sqrt{-i})]}, \quad (2.2.68)$$

et

$$\lambda = s_g \left(\frac{8\omega \rho_o \alpha_{\infty}}{\sigma \Omega} \right)^{1/2}, \quad (2.2.69)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - (\gamma - 1) \frac{\alpha_{\infty} \rho_o}{\alpha_{\infty} \rho_o + \frac{\sigma \Omega}{i N_{pr} \omega} F(N_{pr}^{1/2} \lambda)} \right]. \quad (2.2.70)$$

2.3 Modèles semi-phénoménologiques

2.3.1 Modèle de Biot-Allard

$$\rho_B(\omega) = \alpha_\infty \rho_o - \frac{i\sigma\Omega}{\omega} F(\lambda) , \quad (2.3.4)$$

où

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda\sqrt{-i} T(\lambda\sqrt{-i})}{1 - 2 T(\lambda\sqrt{-i})/(\lambda\sqrt{-i})} , \quad (2.3.5)$$

et

$$\lambda = s \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2} , \quad (2.3.7)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + 2(\gamma-1) T(N_{pr}^{1/2}\lambda\sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2}\lambda\sqrt{-i})] . \quad (2.3.8)$$

2.3.2 Modèle d'Attenborough

$$\rho_A(\omega) = \alpha_\infty \rho_o / [1 - 2 T(\lambda\sqrt{-i}) / (\lambda\sqrt{-i})] , \quad (2.3.9)$$

où

$$\lambda = \frac{1}{2s_p} \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2} , \quad (2.3.10)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + 2(\gamma-1) T(N_{pr}^{1/2}\lambda\sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2}\lambda\sqrt{-i})] . \quad (2.3.11)$$

2.4 Nouveaux modèles

2.4.1 Modèle à deux paramètres

$$\rho_g(\omega) = \alpha_\infty \rho_o - \frac{i\sigma\Omega}{\omega} F(\lambda), \quad (2.4.1)$$

où

$$F(\lambda) = -\frac{1}{4} \frac{\lambda_\rho \sqrt{-i} T(\lambda_\rho \sqrt{-i})}{1 - 2T(\lambda_\rho \sqrt{-i}) / (\lambda_\rho \sqrt{-i})}, \quad (2.4.2)$$

et

$$\lambda_\rho = s_\rho \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2}, \quad (2.4.3)$$

$$K(\omega) = \gamma P_o / [1 + 2(\gamma - 1) T(N_{pr}^{1/2} \lambda \sqrt{-i}) / (N_{pr}^{1/2} \lambda_K \sqrt{-i})], \quad (2.4.4)$$

où

$$\lambda_K = s_K \left(\frac{8\omega\rho_o\alpha_\infty}{\sigma\Omega} \right)^{1/2}. \quad (2.4.5)$$

2.4.2 Modèle à deux longueurs caractéristiques

$$\rho_\Lambda(\omega) = \alpha_\infty \rho_o \left[1 - \frac{i\sigma\Omega}{\alpha_\infty \rho_o \omega} \left\{ 1 + \frac{4i\alpha_\infty^2 \eta \rho_o \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \Omega^2} \right\}^{1/2} \right], \quad (2.4.16)$$

où

$$\Lambda = s_3 \left[\frac{8\alpha_\infty \eta}{\sigma\Omega} \right]^{1/2}, \quad (2.4.20)$$

$$K_\Lambda(\omega) = \gamma P_o / \left[\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 - \frac{i\sigma'\Omega}{\alpha_\infty \rho_o N_{pr} \omega} \left\{ 1 + \frac{4i\alpha_\infty^2 \eta \rho_o N_{pr} \omega}{\sigma'^2 \Lambda'^2 \Omega^2} \right\}^{1/2}} \right], \quad (2.4.23)$$

où

$$\Lambda' = s_4 \left[\frac{8\alpha_\infty \eta}{\sigma\Omega} \right]^{1/2}. \quad (2.4.24)$$

RÉFÉRENCES

- [Allar89a] J.-F. Allard, C. Depollier et W. Lauriks, "Measurement and prediction of surface impedance at oblique incidence of a plastic foam of high flow resistance," *J. Sound. Vib.* **132**, 51-60 (1989)
- [Allar89b] J.-F. Allard et Y. Champoux, "La théorie de Biot appliquée à la caractérisation des matériaux absorbants sonores poreux," Rapport interne, Faculté des sciences appliquées, Université de Sherbrooke (1989)
- [Allar89c] J.-F. Allard, C. Depollier, C. Rebillard, W. Lauriks et A. Cops, "Inhomogeneous Biot waves in layered media," *J. Appl. Phys.* **66**, 2278-2284 (1989)
- [Allar90] J.-F. Allard, C. Depollier, J. Nicolas, W. Lauriks et A. Cops, "Propriétés acoustiques des matériaux poreux saturés d'air et théorie de Biot," *J. Acoustique* **3**, 29-38 (1990)
- [Archi41] G.E. Archie, "The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics," *Trans AIME* **146**, 54-62 (1941)
- [ASTM80] Standard test method for Airflow resistance of acoustical materials, ASTM C 522-80 (1980)
- [ASTM86] Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones, and a Digital Frequency Analysis System, ASTM Standard E 1050-86 (1986)
- [ASTM88] Standard test method for impedance and absorption of acoustical material by the impedance tube method, ASTM standard C 384-88 (1988)
- [Atten71] K. Attenborough et L.A. Walker, "Scattering theory on the reflection of sound by porous media," *J. Acoust Soc. Am.* **49**, (1971)
- [Atten82] K. Attenborough, "Acoustical characteristics of porous materials," *Phys. Rep.* **82**, 179-227 (1982)

- [Atten83] K. Attenborough, "Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials," J. Acoust. Soc. Am. **73**, 785-799 (1983)
- [Atten85] K. Attenborough, "Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces," J. Sound Vib. **99**, 521-544 (1985)
- [Atten87] K. Attenborough, "On the acoustic slow wave in air-filled granular media," J. Acoust. Soc. Am. **81**, 93-102 (1987)
- [Atten90] K. Attenborough, communication privée au congrès de l'Acoust. Soc. Am., San Diego (1990)
- [Beran42] L.L. Beranek, "Acoustic impedance of porous materials," J. Acoust. Soc. Am. **13**, 248-260 (1942)
- [Bies80] D.A. Bies et C.H. Hansen, "Flow resistance information for acoustical design," Appl. Acoust. **13**, 357-391 (1980)
- [Biot56] M.A. Biot, "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range," J. Acoust. Soc. Am. **28**, 168-178 (1956); II Higher frequency range," J. Acoust. Soc. Am. **28**, 179-191 (1956)
- [Bourb86] T. Bourbié, O. Coussy et B. Zinszner, *Acoustique des milieux poreux*, (publication de l'institut français du pétrole, 1986)
- [Bonne74] J. Bonnet, "Modèle théorique d'un matériau fibreux pour l'étude de la propagation du son; comparaison aux résultats expérimentaux," Thèse pour l'obtention du grade Ph.D., Univ. de Bordeaux (1974)
- [Brown42] R.L. Brown et R. H. Bolt, "The measurement of flow resistance of porous acoustic materials," J. Acoust. Soc. Am. **13**, 337-344 (1942)
- [Brown80] R.J.S. Brown, "Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled media," Geophys **45**, 1269-1275 (1980)
- [Buser86] O. Buser, "A rigid frame model of porous media for the acoustic impedance of snow," J. Sound Vib. **111**, 71-92 (1986)
- [Byrne80] K.P. Byrne, "Calculation of the specific normal impedance of perforated facing-porous backing constructions," Appl. Acoust. **13**, 43-55 (1980)
- [Carma56] P.C. Carman, *Flow of gases through porous media*, (Academic Press, New York, 1956)
- [Champ90a] Y. Champoux, M.R. Stinson et G.A. Daigle, "Air-based system for the measurement of porosity," J. Acoust. Soc. Am. **89**, 910-916 (1990)
- [Champ90b] Y. Champoux and M.R. Stinson, "Measurement of the characteristic impedance and propagation constant of materials having high flow resistivity," submitted to J. acoust. Soc. Am.

- [Cragg84] A. Craggs et J.G. Hildebrandt, "Effective densities and resistivities for acoustic propagation in narrow tubes," *J. Sound. Vib.* **92**, 321-331 (1984)
- [Cragg86] A. Craggs et J.G. Hildebrandt, "The normal incidence absorption coefficient of a matrix of narrow tubes with constant cross-section" *J. Sound. Vib.* **105**, 101-107 (1986)
- [Depol88] C. Depollier, J.-F. Allard et W. Lauriks, "Biot theory and stress-strain equations in porous sound absorbing materials," *J. Acoust. Soc. Am.* **84**, 2277-2279 (1988)
- [Dulli79] F.A.L. Dullien, *Porous Media Fluid Transport and Pore Structure*, (Academic Press Inc, New York, 1979)
- [El-Sa79] M. S. El-Sayed, "Study of transport phenomena in sandstone samples in relation to the pore structure," Ph.D. Thesis, University of Waterloo 1979
- [Ferra51] M.A. Ferraro et G.G. Sacerdote, "Parameters of sound propagation in Granular absorbant Material," *Acustica* **1**, 137-142 (1951)
- [Gibia90a] V. Gibiat, "Caractérisation physique des instruments à vent: mesures d'impédances et trajectoires de phases," Thèse pour le grade de docteur Es Sciences Physiques de l'Université du Maine (1990)
- [Gibia90b] V. Gibiat et F. Laloë, "Acoustical impedance measurements by the two-microphone-three calibration (TMTC) method," *J. Acoust. Soc. Am.* **88**, 2533-2545 (1990)
- [Grads65] I.S. Gradshteyn et I.W. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, (Academic Press, 1965), Sec. 1.441 et 1.445
- [Johns82a] D.L. Johnson et T.J. Plona, "Acoustic slow wave and the consolidation transition," *J. Acoust. Soc. Am.* **72**, 556-565 (1982)
- [Johns82b] D.L. Johnson, T.J. Plona et C. Scala, "Tortuosity and acoustic slow waves," *Phy. Rev. Lett.* **49**, 1840-1844 (1982)
- [Johns82c] D.L. Johnson, "Elastodynamics of gels," *J. Chem. Phys.* **77**, 1531-1539 (1982)
- [Johns86] D.L. Johnson, "Recent developments in the acoustic properties of porous media," *Proceedings of Enrico Fermi School, Frontiers of physical Acoustics*, Edi. T. Sette, XCII (North Holland, Amsterdam, 1986)
- [Johns87] D.L. Johnson, J. Koplik et R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media," *J. Fluid Mech.* **176**, 379-402 (1987)
- [Johns88] D.L. Johnson et P.N. Sen, "Dependence of the Conductivity of Porous Medium on Electrolyte Conductivity," *Phys. Review B* **17**, 3502-3510 (1988)

- [Kawasi60] V. Kawasima, "Sound propagation in a fibrous block as a composite medium," *Acustica* **10**, 208 (1960)
- [Kirch68] G. Kirchhoff, "Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung," *Annalen der Physik und Chemie* **134**, 177-193 (1868)
- [Korri45] J. Korringa, R. Kronig et A. Smit, "On the theory of the reflection of sound by porous media," *Physica* **11**, 209 (1945)
- [Kozhi71] V.N. Kozhin, "Sound propagation in a viscous medium containing cylindrical filaments," *Soviet Physics-Acoustics* **16**, 462-466 (1971)
- [Mcint90] J.D. McIntosh, M.T. Zuroski et R.F. Lambert, "Standing wave apparatus for measuring fundamental properties of acoustic materials in air," *J. Acoust. Soc. Am.* **88**, 1929-1938 (1990)
- [Monna38] A.F. Monna, "Absorption of sound by porous walls," *Physica* **5**, 129 (1938)
- [Morse52] P.W. Morse, "Acoustic propagation in granular media," *J. Acoust. Soc. Am.* **24**, 696-700 (1952)
- [Morse68] P.M. Morse et K.U. Ingard, *Theoretical acoustics*, (New York, McGraw Hill, 1968)
- [Norri86] A.N. Norris, "On the viscodynamic operators in Biot's equations of poroelasticity," *J. of Wave-Material Interaction* **1**, 365-379 (1986)
- [Ogush85] P.R. Ogushwitz, "Applicability of the Biot Theory III. Wave speeds versus depth in marine sediments," *J. Acoust. Soc. Am.* **72**, 453-464 (1985)
- [Plona80] T.J. Plona, "Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies," *Appl. Phys. Lett.* **36**, 259-261 (1980)
- [Plona82] T.J. Plona, "Acoustics of fluid saturated porous Media," *Ultrasonics symposium*, IEEE, 1044-1048 (1982)
- [Korin45] J. Korringa, R. Kronig et A. Smit, "On the theory of the reflection of sound by porous media," *Physica* **11**, 209 (1945)
- [Roh90] H.S. Roh, J.M. Sabatier, R. Raspet et W.P. Arnott, "Measurement and calculation of acoustic propagation constants in arrays of air-filled rectangular tubes," *J. Acoust. Soc. Am. Suppl 1* **87**, S139 (1990)
- [Schei74] A.E. Scheidegger, *The physics of flow through porous media*, (University of Toronto Press, 3^{ième} Éd, Toronto, 1974)
- [Scott46] R.A. Scott, "The absorption of sound in a homogenous porous medium," *Proc. Phys. Soc. London* **58**, 165-183 (1946)

- [Sides71] D.J. Sides, K. Attenborough et K.A. Mulholland, "Application of a generalised acoustic propagation theory to fibrous materials," J. Sound Vib. **19**, 49-64 (1971)
- [Smith83] C.D. Smith et T.L. Parrott, "Comparison of three methods for measuring acoustic properties of bulk materials" J. Acoust. Soc. Am **74**, 1577-1582 (1983)
- [Stins88] M.R. Stinson et G.A. Daigle, "Electronic system for the measurement of flow resistance," J. Acoust. Soc. Am. **83**, 2422-2428 (1988)
- [Stins91] M.R. Stinson, "The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape," J. Acoust. Soc. Am. **89**, 550-558 (1991)
- [Stins91b] M.R. Stinson et Yvan Champoux, "Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple geometries," soumis au J.A.S.A.
- [Stoll74] R.D. Stoll, *Physics of sound in marine sediments*, (Ed by L. Hampton , Plenum, New York, 1974)
- [Timos70] S.P. Timoshenko et J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, (McGraw-Hill, 3^{ième} Éd., New York, 1970)
- [Utsun89] H. Utsuno, T. Tanaka, T. Fujikawa et A.F. Seybert, "Transfer function for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous materials," J. Acoust. Soc. Am. **86**, 637-643 (1989)
- [Walto75] K. Walton, "The effective elastic moduli of model sediments," Geophys. J.R. Astr. Soc. **43**, 293-306 (1975)
- [Westo53] D.E. Weston, "The theory of propagation of plane sound waves in tubes," Proceedings of the Physical Society, Section B **66**, 695-709 (1953)
- [Yaniv73] S.L. Yaniv, "Impedance tube measurement of propagation constant and characteristic impedance of porous acoustical material," J. Acoust. Soc. Am. **54**, 1138-1142 (1973)
- [Zwikk49] C. Zwikker and C.W. Kosten, *Sound absorbing materials*, (Elsevier, Amsterdam, 1949)

END

2/3/1 2/92

FIN

deuxième cavité a été choisie pour que sa longueur soit environ égale à $\lambda/4$ de sorte que Z_{c2} soit près de zéro.

De nombreux tests ont été effectués avec cette méthode. Certains problèmes ont été rencontrés lorsque la longueur de l'échantillon était grande ou lorsque que la résistance au passage de l'air était importante [Champ90]. Pour ces échantillons, l'utilisation de différentes cavités n'a pas d'influence sur la valeur mesurée de l'impédance de surface. L'impédance de surface est alors équivalente à l'impédance caractéristique. Comme le montre l'Éq. (3.3.12), si Z_{s1} est égal est à $Z(\omega)$, on ne peut pas mesurer la constante de propagation. Il aurait été possible de contourner le problème en utilisant des échantillons plus courts, soit en coupant l'échantillon ou en utilisant un autre échantillon du même matériau. Cette solution aurait cependant entraîné certains problèmes. En réduisant la longueur de l'échantillon, l'évaluation des caractéristiques physiques aurait été moins précise. De plus, certains échantillons n'existaient qu'en un exemplaire. Une nouvelle technique utilisant une fonction de transfert entre la pression mesurée de part et d'autre de l'échantillon a été mise au point afin de pallier à ce problème.

b) Méthode utilisant une fonction de transfert mesurée de part et d'autre du matériau

Cette méthode [Champ90] a été développée de façon indépendante aux travaux de Macintosh *et al.* [Macin90] qui ont récemment présenté une approche similaire. Pour cette méthode, deux quantités doivent être mesurées: l'impédance de surface de l'échantillon et une fonction transfert entre la pression mesurée de part et d'autre de l'échantillon. Ces quantités sont suffisantes pour déterminer $Z(\omega)$ et $m(\omega)$. Considérons l'échantillon de matériau poreux installé à l'extrémité d'un tube de Kundt comme illustré à la Fig. 3.24 (b). Une cavité de dimension d est installée à l'arrière de l'échantillon. En mesurant la fonction de transfert entre les pressions p_b et p_a , il n'est pas toujours possible de localiser les microphones à la surface du matériau. On doit donc considérer la